

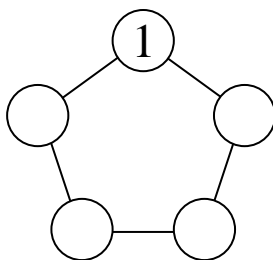


## 46. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Megyei forduló – Javítási útmutató

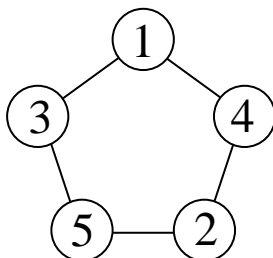
HARMADIK OSZTÁLY

1. Írd be a körökbe a 2, 3, 4 és 5 számokat úgy, hogy a szomszédos számok különbsége 1-nél nagyobb legyen! (Mindig a nagyobb számból vond ki a kisebbet!)



Megoldás:

A 3 mellett csak az 1 és az 5 lehet, így az 1 szomszédja a 3, annak az 5. Tehát az 1 másik szomszédja csak a 4 lehet, és mellette a 2.



*A körök helyes kitöltése indoklás nélkül is 7 pont.*

*A fenti kitöltés tükörképe is megfelelő. A teljes megoldáshoz nem kell megadni mindkét lehetőséget.*

2. Balázs és Bálint számkitalálós játékot játszik. Bálint gondol egy különböző számjegyekből álló háromjegyű számra. Balázs tippel egy háromjegyű számot, majd Bálint megmondja, hogy ebben hány számjegy van jó helyen, azaz egyezik meg a gondolt szám ugyanazon helyi értéken álló számjegyével, és hány számjegy jó, de rossz helyen van, azaz van ilyen számjegy a gondolt számban, csak nem ezen a helyi értéken. Az alábbi táblázatban Balázs tippjeit és Bálint válaszait látjuk:



# TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZŐ TÁRSULAT



1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: [titnet@webinform.hu](mailto:titnet@webinform.hu); Honlap: [www.titnet.hu](http://www.titnet.hu); [www.telc.hu](http://www.telc.hu)

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

Kalmár László (matematikus)

Balázs tippje	Bálint válasza
659	1 jó szám jó helyen
641	nincs jó szám
268	2 jó szám rossz helyen
917	1 jó szám rossz helyen
758	1 jó szám rossz helyen

## Mi lehet Bálint száma?

Megoldás:

A 2. válasz szerint a 6, 4 és 1 számjegyek nem szerepelnek a gondolt számban. Így a 3. válasz alapján a 2 és a 8 jó számok rossz helyen.

A 758-ban a 8 a jó szám rossz helyen, ezért a 7 és az 5 rossz számok.

Tehát az 1. számban a 9 a jó szám jó helyen, az egyesek helyén.

A szám számjegyei a 2, 8 és 9.

A 2 nem lehet a százaskénti értéken a 3. válasz miatt, így a tízes helyi értéken van.

A 8-asnak marad a százaskénti érték.

Tehát a Bálint által gondolt szám a 829.

*A helyes válasz indoklás nélkül is*

*7 pont.*

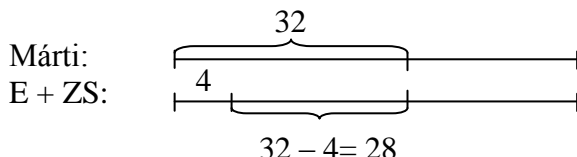
*Ha a megoldás nem helyes, akkor minden helyesen kiválasztott számjegyre kapjon 1 pontot, és a helyesen kiválasztott számjegy jó helyre rakására is kapjon 1 pontot.*

*Ha a versenyző nem jutott el odáig, hogy megadjon egy háromjegyű számot, de vannak részeredményei, akkor ezekre jó megállapításonként 1 pont, de összesen legfeljebb 3 pont adható.*

**3. Márti és a lányai, Eszter és Zsófi ugyanazon a napon ünneplik a születésnapjukat. Márti 32 éves, Eszter 2 évvel idősebb Zsófinál. Idén a két lány életkorának összege nyolcada édesanyjuk életkorának. Hány éves lesz Márti, amikor életkora egyenlő lesz Eszter és Zsófi életkorának összegével? Írd le a megoldás gondolatmenetét, indoklását is!**

1. Megoldás:

Jelöljük egy szakasszal Márti életkorát, és hosszabbítsuk meg egy szakasszal, ami annyi évet jelent, ahány év múlva Márti életkora egyenlő lesz a lányai életkorának összegével!



A két lány életkorának összege most 4 év, és két szakasznyi évvel nő az életkoruk összege, mire egyenlő lesz az édesanyjuk életkorával. Így látszik, hogy egy szakasz a 32 év a 4 év különbségének,

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



# TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT



1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: [titnet@webinform.hu](mailto:titnet@webinform.hu); Honlap: [www.titnet.hu](http://www.titnet.hu); [www.telc.hu](http://www.telc.hu)

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

Kalmár László (matematikus)

azaz 28 évnek felel meg. Tehát 28 év múlva lesz Márty életkora egyenlő a lányai életkorának összegével, ekkor Márty 60 éves lesz. 6 pont

Ellenőrzés: A lányok életkorának összege ekkor:  $4 + 28 + 28 = 60$ . 1 pont

## 2. Megoldás:

Márty most 32 éves, a lányai életkorának összege 4 év, ezek különbsége 28 év. Amíg Márty 1 évet öregszik, addig a lányok életkorának összege 2 évvel nő, azaz a köztük levő különbség 1 évvel csökken. Így a 28 év különbség 28 év alatt fogy el, tehát 28 év múlva lesz Márty annyi éves, mint a lányok életkorának összege. Ekkor Márty  $32 + 28 = 60$  éves lesz. 6 pont

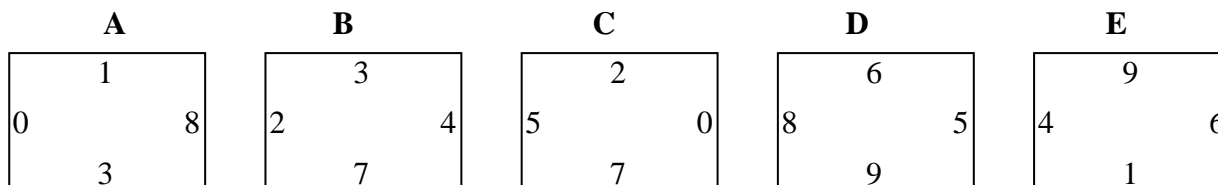
Ellenőrzés: A lányok életkorának összege ekkor:  $4 + 28 + 28 = 60$ . 1 pont

*A megoldás indoklással és ellenőrzéssel együtt 7 pont.*

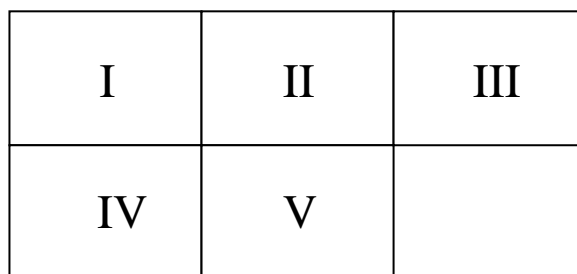
*A válasz indoklás és ellenőrzés nélkül 3 pont.*

*A válasz indoklás nélkül ellenőrzéssel 4 pont.*

- 4. Guszty kirakó játékában egyforma méretű téglalapok vannak, amelyek minden oldalán egy-egy szám áll. A téglalapokat elforgatás nélkül úgy kell egymáshoz tolni, hogy olyan egyenlő hosszúságú oldalak illeszkedjenek egymáshoz, amelyeken ugyanaz a szám áll. Az 1. ábrán látható A, B, C, D és E téglalapokat Guszty a 2. ábrának megfelelően rakta össze A téglalapok betűjelének segítségével írd le, melyik téglalap melyik helyre került!**



1. ábra



2. ábra

I:..... II:..... III:..... IV:..... V:.....

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



## TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT



1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: [titnet@webinform.hu](mailto:titnet@webinform.hu); Honlap: [www.titnet.hu](http://www.titnet.hu); [www.telc.hu](http://www.telc.hu)

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

Kalmár László (matematikus)

Megoldás:

A B téglalap alá és a bal oldalára sem rakhatunk egy téglalapot sem, így a B csak a IV-es helyen lehet.

A B fölött csak az A, a jobboldalán csak az E téglalap lehet, tehát az A az I-es, az E az V-ös.

Az E fölött csak a D lehet, ami valóban illik az A jobboldalára. Így a D a II-es. A D jobboldalára illik a kimaradó C téglalap.

**I:...A..... II.....D..... III...C..... IV.....B..... V.....E.....**

A megoldást kezdhethük a C téglalap elhelyezésével is, hiszen a C alá és fölé sem lehet rakni másik téglalapot, ezért csak a III helyen lehet.

*A helyes válasz indoklás nélkül is 7 pont.*

*Ha a versenyző nem minden téglalap helyét találta meg, akkor helyesen egymáshoz illesztett oldalanként 1 pontot kapjon. A B és C téglalap helyének megtalálására is 1-1 pontot kaphat.*

**5. Egy hangya a négyzetrács A-val jelölt négyzetéből indul, és a B-val jelölt négyzetébe érkezik. A négyzetrácson csak jobbra vagy lefele léphet mindig szomszédos négyzetbe (két négyzet szomszédos, ha van közös oldaluk). Az útja során morzsákat gyűjt. Fehér négyzetben annyit, amennyi a négyzetbe írt szám, fekete négyzetben pedig 5 morzsát gyűjt.**

**a) Hányféle olyan útvonal van, amelyiken pontosan 53 morzsát gyűjt?**

**b) Hány morzsát gyűjt azon az úton, amelyiken a legtöbbet gyűjtheti?**

**c) Hányféle olyan útvonal van, amelyiken pontosan 57 morzsát gyűjt?**

**Két útvonal különböző, ha van olyan négyzet, amelyiken az egyik útvonal átmegy, a másik pedig nem.**

A		12		10
	11		11	
10		10		15
	11		14	
10		13		B

Megoldás:

A hangya csak lefele vagy jobbra léphet, így 7 négyzeten megy keresztül, mire A-ból B-be jut. Mivel felváltva lép fekete és fehér négyzetre, a 7 négyzet között pontosan 4 a fekete, amelyeken  $4 \cdot 5 = 20$  morzsát gyűjt.

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



## TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT



1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: [titnet@webinform.hu](mailto:titnet@webinform.hu); Honlap: [www.titnet.hu](http://www.titnet.hu); [www.telc.hu](http://www.telc.hu)

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

Kalmár László (matematikus)

A fehér négyzetek a nagy négyzet átlójával párhuzamosan három vonalon helyezkednek el, az első a 10 – 11 – 12 vonal, a második a 10 – 11 – 10 – 11 – 10 vonal, a harmadik pedig a 13 – 14 – 15 vonal. Az útja során a hangya mindhárom vonalat pontosan egy négyzetben keresztezi.

a) 53 morzsát gyűjt például, ha A-ból lefele megy a fehér 10-esek felé, és utána a 13-as fehér felé. A négy feketével ekkor  $20 + 10 + 10 + 13 = 53$  morzsát gyűjt. A-ból 10-esbe egyféleképpen mehet. Ebből másik 10-esbe kétféleképpen, onnan 13-asba egyféleképpen, és abból a B-be szintén egyféleképpen. Így kétféle útvonalon gyűjthet pontosan 53 morzsát.

2 pont

*Ha a versenyző csak egy útvonalat talált meg, 1 pontot kapjon.*

b) A legtöbb morzsát akkor gyűjti, ha az első vonalat a 12-es négyzetben, a másodikat a 11-esben, a harmadikat pedig a 15-ös négyzetben keresztezi. Ez valóban lehetséges.

Ekkor  $20 + 12 + 11 + 15 = 58$  morzsát gyűjt.

2 pont

*A versenyző kaphat 1 pontot, ha észreveszi, hogy a fekete négyzeteken mindig 20 morzsát gyűjt, de végül nem találja meg a helyes választ.*

c) Ahhoz, hogy 57 morzsát gyűjtsön, a fehér négyzeteken  $57 - 20 = 37$  morzsát kell gyűjtsön.

Ez háromféleképpen lehet:

$12 + 10 + 15$

A-ból a 12-esbe egyféleképpen juthat a hangya, innen két 10-esbe mehet. 10-esből a 15-ösbe egyféleképpen, és a 15-ösből a B-be is egyféleképpen mehet, ez így 2 útvonal A-ból B-be.

$12 + 11 + 14$

A-ból a 12-esbe egyféleképpen juthat a hangya, innen a 11-esbe kétféleképpen. A 11-esből a 14-esbe egyféleképpen, és a 14-esből a B-be kétféleképpen mehet, ez összesen

$2 \cdot 2 = 4$  útvonal A-ból B-be.

$11 + 11 + 15$

A-ból a 11-esbe kétféleképpen juthat a hangya, innen a másik 11-esbe egyféleképpen. (Ha az első 11-esből lefele megy másik 11-esbe, akkor onnan már nem tudja elérni a 15-öt.)

A 11-esből a 15-ösbe kétféleképpen, és a 15-ösből a B-be egyféleképpen mehet, ez összesen  $2 \cdot 2 = 4$  útvonal.

Tehát 57 morzsát összesen  $2 + 4 + 4 = 10$ -féle útvonalon gyűjthet.

3 pont

*A pontokat indoklások nélkül is kapja meg a helyes válaszra a versenyző.*

*Ha a megoldás nem teljes, helyes megállapításokra, c)-nél a lehetséges összegek megállapítására arányosan kaphat részpontokat a versenyző.*

2017. március 4.

A feladatokat összeállította: Pintér Klára.

Lektorálta: Hillné Benkó Katalin, Konfár László.

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.