



1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

Kalmár László (matematikus)

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVESENY

Megyei forduló – Javítási útmutató

NEGYEDIK OSZTÁLY

1. **Piroska, a nagymamája, a farkas és a vadász egymás mellett ülnek egy padon. Se a nagymama, se Piroska nem ül közvetlenül a farkas mellett. Milyen sorrendben ülhetnek a padon Piroska, a nagymamája, a farkas és a vadász? Írd fel az összes lehetséges sorrendet!**

Megoldás:

A farkas mellett nem ülhet sem a nagymama, sem Piroska, ezért csak a vadász ülhet mellette. Így a farkas mellett csak egyvalaki ülhet, ezért valamelyik szélén kell ülnie. A vadász másik szomszédja lehet akár Piroska, akár a nagymama.

Farkas – vadász – nagymama – Piroska.

Farkas – vadász – Piroska – nagymama.

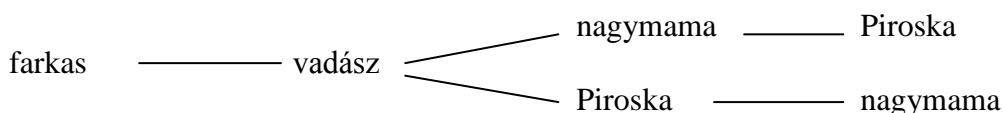
Piroska – nagymama – vadász – farkas.

Nagymama – Piroska – vadász – farkas.

7 pont

2. megoldás:

A lehetséges sorrendeket ábrázolhatjuk ágrajzzal:



Piroska ——— nagymama ——— vadász ——— farkas

Nagymama ——— Piroska ——— vadász ——— farkas

Az ágrajzos ábrázolás kiváltja a felsorolást, ugyanúgy 7 pontot ér.

Ha a versenyző nem írt rossz sorrendet, és csak

1 jó sorrendet írt, akkor 3 pontot kapjon

2 jó sorrendet írt, akkor 4 pontot kapjon

3 jó sorrendet írt, akkor 5 pontot kapjon.

Ha a versenyző nem vette figyelembe a feltételt, és ebből fakadóan rossz sorrende(ke)t is írt, akkor 4-gyel kevesebb pontot kapjon, de 0-nál kevesebb pontot nem kaphat.



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT



1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

Kalmár László (matematikus)

2. Zoli és Bori leírt egy-egy igaz egyenlőséget, majd mindketten, egymástól függetlenül különböző számjegyeket különböző betűkkel helyettesítettek, azonos számjegyek helyett azonos betűket írtak. Majd átadták egymásnak a papírokat, és meg kellett fejteni, hogy melyik betű melyik számjegyet jelöli a másik által leírt egyenlőségben.

Zoli által írt egyenlőség: $AB + AB + AB = TAB$.

Bori által írt egyenlőség: $TAT + TAR = HAHA$

Írd le a megfejtett egyenlőségeket!

Megoldás:

A Zoli által felírt egyenlőséget átírhatjuk:

$AB + AB + AB = T00 + AB$ alakba, amiből azt kapjuk, hogy

$$AB + AB = T00.$$

Két kétjegyű szám összege kisebb, mint 200, így $T = 1$.

1 pont

Két egyforma kétjegyű szám összege 100, ezért $AB = 50$.

2 pont

Összesen: 3 pont

Másik megoldás a Zoli által felírt egyenlőségre:

Írjuk fel írásbeli összeadásként:

$$\begin{array}{r}
 A \ B \\
 A \ B \\
 + \ A \ B \\
 \hline
 T \ A \ B
 \end{array}$$

Három B összege B-re végződik, így $B=0$ vagy $B=5$.

1 pont

Ha $B=5$, akkor az egyes helyi értékről továbbvizsgálunk 1-et a tízes helyi értékre.

Ekkor három A összegénél 1-gyel nagyobb szám A-ra végződik.

Ez nem lehet, mert ha A páros, akkor a 3-szorosa is páros, ennél 1-gyel nagyobb szám páratlan, ezért nem végződhet páros számjegyre.

Ha A páratlan, akkor a 3-szorosa is páratlan, ennél 1-gyel nagyobb szám páros, nem végződhet páratlan számjegyre.

Tehát csak a $B=0$ lehet.

1 pont

Ekkor a három A összege A-ra végződik, így $A=5$ lehet csak (a 0 már foglalt).

Következésképpen $T=1$.

1 pont

A Bori által felírt egyenlőség írásbeli összeadásként is felírható:

$$\begin{array}{r}
 T \ A \ T \\
 + \ T \ A \ R \\
 \hline
 H \ A \ H \ A
 \end{array}$$

Két háromjegyű szám összege kisebb, mint 2000, ezért $H=1$.

1 pont

Ekkor a tízes helyi értéken két A összege páros, ezért 1-re csak úgy végződhet,

ha az egyes helyi értékről továbbvittünk 1-et a tízes helyi értékre.

Ekkor a két A összege 0-ra végződik, azaz $A=0$ vagy $A=5$.

1 pont

Ha $A=0$, akkor

$$T \ 0 \ T$$

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT



1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

Kalmár László (matematikus)

$$\begin{array}{r} + \quad T \quad 0 \quad R \\ \hline 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

alapján $T=5$, de akkor $R=5$ is kell legyen, ezért ez nem lehet.

1 pont

Ha $A=5$, akkor

$$\begin{array}{r} \quad T \quad 5 \quad T \\ + \quad T \quad 5 \quad R \\ \hline 1 \quad 5 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

alapján $T=7$, és $R=8$.

1 pont

Összesen: 4 pont

Ha a versenyző nem írt indoklást, a helyes összeadások felírására akkor is kapja meg a teljes pontszámot.

Indoklás nélkül a hiányos megoldás pontszáma a helyesen meghatározott betűk száma legyen.

3. **Veronika csokoládé nyulakat készít. Egy tábla csokoládéból készül egy nyúl, és kimarad még valamennyi csokoládé. Három tábla csokoládéból három nyúl elkészítése után összesen annyi csokoládé marad meg, amennyi éppen egy tábla csokoládé. Az így kimaradó csokoládéból újabb nyulakat készít. Hány csokoládé nyulat készít Veronika 14 tábla csokoládéból? Írd le a megoldás gondolatmenetét, indoklását is!**

Megoldás:

3 tábla csokoládéból lesz 3 nyúl és 1 tábla csokoládé:

$$\boxed{} + \boxed{} + \boxed{} = \text{nyúl} + \text{nyúl} + \text{nyúl} + \boxed{}$$

Ez azt jelenti, hogy 2 tábla csokoládéból végül 3 nyúl készül.

3 pont

A 14 tábla csokoládé 7-szerese a 2 táblának, ezért $7 \cdot 3 = 21$ nyúl készül belőle.

Tehát Veronika 21 csokoládé nyulat készített.

4 pont

Összesen:

7 pont

A helyes válasz indoklás nélkül 3 pont.

4. **A hős lovag az elrabolt hercegkisasszony megmentésére indul. A hercegkisasszonyt egy várban őrzi egy sárkány, ráadásul az ajtón egy számkár van, amelyet egy titkos négyjegyű kóddal lehet kinyitni, mindegyik számjegy 0-9-ig bármelyik számjegy lehet. Szerencsére a sárkány állandóan éhes, és nagyon szereti a hamburgert. Egy hamburgert 20 másodperc alatt eszik meg, és ezalatt nem figyel semmi másra. A lovag 1 másodperc alatt tud kipróbálni egy négyjegyű kódot, és ha sikerül kinyitnia az ajtót, akkor egy perc alatt felkapja a hercegkisasszonyt, és elrepül vele a varázsszőnyegén. Hány hamburgert vigyen magával a lovag a hercegkisasszony kiszabadítására, ha tudomására jutott, hogy a négyjegyű kód csupa páratlan számjegyből áll, ugyanaz a számjegy ugyan többször is szerepelhet, de van közte pontosan egy 5-ös számjegy? Írd le a megoldás gondolatmenetét, indoklását is!**

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT



1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: fitnet@webinform.hu; Honlap: www.fitnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

Kalmár László (matematikus)

Megoldás:

Először a lehetséges számkombinációk számát számoljuk össze:

Egy számjegy 5-ös, és ez 4 helyen lehet.

A többi három számjegy nem 5-ös és páratlan, így ezek mindegyike 4-féle lehet (1, 3, 7, 9).

Így összesen $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$ -féle lehet a négyjegyű kód, amit a lovagnak ki kell próbálni.

4 pont

Tehát a lovagnak $256 + 60 = 316$ másodpercre van szüksége a hercegkisasszony kiszabadításához.

1 pont

Ahhoz, hogy a sárkány 316 másodpercig ne figyeljen oda, 16 hamburgerre van szükség, mert $316 = 15 \cdot 20 + 16$, azaz 15 hamburgert 300 másodperc alatt eszik meg, kell még egy, hogy még legalább 16 másodpercig ne figyeljen oda.

Tehát a lovag 16 hamburgert vigyen magával, hogy ki tudja szabadítani a hercegkisasszonyt.

2 pont

Összesen: 7 pont

Ha a versenyző a lehetséges kódok számát rosszul adta meg, de azzal jól számolt tovább, akkor a további 3 pontot kapja meg.

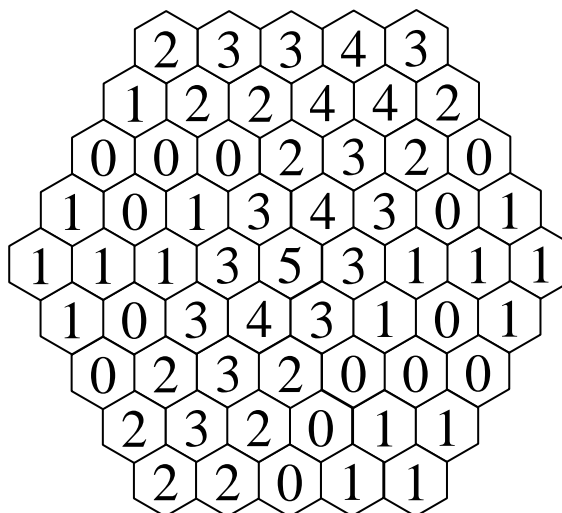
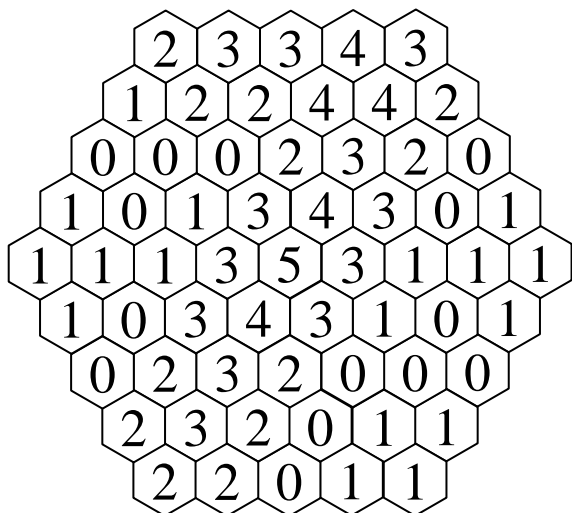
Ha a műveletek alapján a megoldás lépései követhetők, akkor a versenyző kapja meg a teljes pontszámot. Ha csak a helyes végeredményt írta le, akkor 3 pontot kapjon.

5. **Gabi a fehér hatszögek közül néhányat szürkére színezett, majd mindegyik hatszögbe egy-egy számot írt. A fehér hatszögekbe írt számok azt mutatják, hogy a hatszög hány szürke hatszöggel szomszédos. A szürke hatszögben levő szám a szomszédos szürke hatszögek számánál 1-gyel nagyobb (maga a szürke hatszög is hozzászámít). Két hatszög szomszédos, ha van közös oldaluk. Ezután Gabi kiradírozta a színezést, csak a hatszögekbe írt számokat hagyta meg (lásd ábra).**

A számok alapján színezd szürkére azokat a hatszögeket, amelyeket Gabi szürkére színezett!

Ezen a rajzon próbálkozhatsz:

Ez a színezés legyen a végleges:



Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

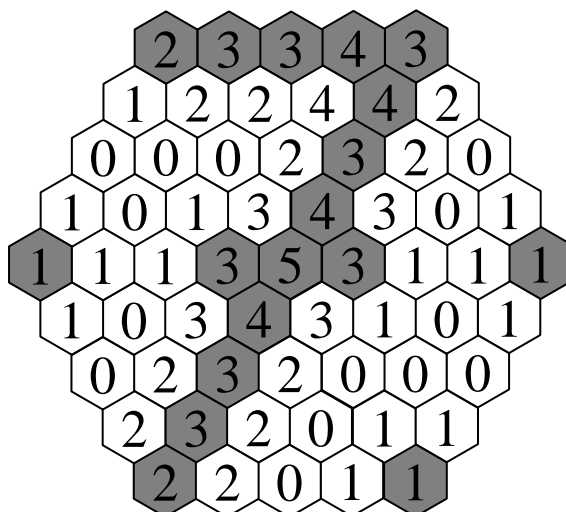
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Kalmár László (matematikus)

Megoldás:



A helyes színezés 7 pont.

Ha a valóban szürke hatszögek mellett

1 hatszöget helytelenül szürkére színezett, akkor 1-gyel kevesebb pontot kapjon;

2-3 hatszöget színezett helytelenül szürkére, akkor 2-vel kevesebb pontot kapjon;

4-5 hatszöget színezett helytelenül szürkére, akkor 3-mal kevesebb pontot kapjon;

6-7 hatszöget színezett helytelenül szürkére, akkor 4-gyel kevesebb pontot kapjon;

8-9 hatszöget színezett helytelenül szürkére, akkor 5-tel kevesebb pontot kapjon.

Ha 9-nél több hatszöget helytelenül szürkére színezett, akkor 0 pontot kapjon.

Ha a 18 szürke hatszög közül csak

17-et talált meg, akkor 1-gyel kevesebb pontot kapjon;

15-16-ot talált meg, akkor 2-vel kevesebb pontot kapjon;

13-14-et talált meg, akkor 3-mal kevesebb pontot kapjon;

11-12-t talált meg, akkor 4-gyel kevesebb pontot kapjon;

9-10-et talált meg, akkor 5-tel kevesebb pontot kapjon;

7-8-at talált meg, akkor 6-tal kevesebb pontot kapjon.

Összesen 0-nál kevesebb pontot nem kaphat.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.