TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

42 . ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY
MEGYEI FORDULÓ

ÖTÖDIK OSZTÁLY JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

Valamennyi feladat hibátlan megoldása 7 pontot ér, így az elérhető maximális pontszám 35. A továbbküldés feltétele: minimum 20 pont elérése és legyen a versenyzőnek legalább egy teljes értékű megoldása, tehát 7 pontos.

1. Okos Kata most kezdte megismerni a Word szövegszerkesztőjét. Nagyon lelkes volt, s egyből elhatározta, hogy 3-tól 2013-ig minden természetes számot beír egy fájlba. A számokat folytonosan írta egymás után, sem vesszővel, sem szóközzel nem választotta el azokat. Hány számjegyet kellett leírnia?

Megoldás:

Katának 7 darab egyjegyű számot kellett leírni. Ez 7 számjegy.

Mind a 90 darab kétjegyűt leírta, ez $90 \cdot 2 = 180$ számjegy. **1 pont**

Mind a 900 darab háromjegyűt leírta, ez $900 \cdot 3 = 2700$ számjegy. **2 pont**

A négyjegyű számok száma 2013 – 999 = 1014 db. **1 pont**

A négyjegyűek leírásához 4056 számjegy kellett. **1 pont**

Tehát összesen 7 + 180 + 2700 + 4056 = 6943 számjegy kellett. **2 pont**

Várható típushiba: 89 darab kétjegyűvel, vagy 899 darab háromjegyűvel vagy 1013 négyjegyűvel számol. Ekkor legfeljebb 3 pontot lehet adni a teljes megoldásra. Számolási hibáért elegendő 1 pontot levonni.

2. Állítsd elő a 165-öt egymást követő pozitív egész számok összegeként! Gyűjts minél több megoldást!

Megoldás:

A 165 törzstényezős alakja $165 = 3 \cdot 5 \cdot 11$. Nem fontos így bontani, elegendő, ha érzékeli a versenyző, hogy a 165-öt szorzattá kell alakítani.

a, A 165-öt felbonthatjuk két egymást követő pozitív egész szám összegére: 82 + 83.
b, A 165-öt felbonthatjuk három egymást követő pozitív egész szám összegére:

Nyilvántartási száma: 00516-2008
FAT lajstromszám: AL-0022

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

54+55+56.

c, A 165-öt felbonthatjuk öt egymást követő pozitív egész szám összegére:

31 + 32 + 33 + 34 + 35 = 165

d, A 165-öt felbonthatjuk hat egymást követő pozitív egész szám összegére:

25 + 26 + 27 +28 + 29 + 30 = 165.

e, A 165-öt felbonthatjuk tíz egymást követő pozitív egész szám összegére:

12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 + 21 = 165

f, A 165-öt felbonthatjuk 11 egymást követő pozitív egész szám összegére:

10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 = 165

g, A 165-öt felbonthatjuk 15 egymást követő pozitív egész szám összegére:

5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 165.

Pontozás: Minden felbontásért 1 pontot adjunk. Összesen legfeljebb 7 pont.

CSAK TANÁROKNAK!!! A felbontás logikájának leírását ne várjuk el a tanulóktól. Ha **páratlan** sok szám összegére bontottuk a 165-öt, akkor a középső számot megkapjuk, ha a 165-öt osztjuk valamelyik osztójával. Pl. 165-ben a 11 megvan 15-ször, tehát a 11 egymást követő pozitív egész szám összegére bontásnál a 15 lesz a középső szám. Itt tehát az osztópárokat kell felismerni.

Páros sok tag összegére is lehet bontani. Ha egy felbontásban a középső szám páratlan (pl. 5 tagra bontásnál a középső szám 33), akkor ezt újra fel tudjuk bontani két egymást követő pozitív egész szám összegére: (16 + 17 = 33). így 10 egymást követő pozitív egész szám összegére tudunk bontani.

Összesen 7 felbontás található.

Megjegyzés: Egyszerű egyenletekből is meghatározhatjuk a keresett felbontásokat. Pl.

$$\begin{aligned}(x-1)+x+(x+1)&=165\\ 3\cdot x&=165\\ x&=55\end{aligned}$$

Tehát az 55 lesz a középső tag a felbontásban.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

3. Három gyerek megegyezett abban, hogy a vesztes minden játék után a saját csokoládéjából megkétszerezi a többiek csokoládéját. Összesen három játszmát játszottak. Mindenki egyszer vesztett. A játék végén mindenkinek 32 darab csokoládéja volt. Hány darab csokoládéja volt a játszma elején annak, akinek a legtöbbje volt?

<u>Megoldás:</u>

Alkalmazzuk a "visszafelé okoskodás" módszerét. **1 pont**

Tegyük fel, hogy az első gyerek vesztette el az első játékot, a második gyerek a másodikat, a harmadik pedig a harmadikat. Nézzük, melyik játék után melyiküknek mennyi csokija volt!

A befejező állapot:	32	32	32	**1 pont**
3. játék előtt:	16	16	64	**1 pont**
2. játék előtt:	8	56	32	**2 pont**
1. játék előtt:	52	28	16	**1 pont**

Az első játék előtt az első gyereknek volt a legtöbb csokija, mégpedig 52 darab. **1 pont**

4. A mellékelt szorzásban írj az *x*-ek helyére számjegyeket úgy, hogy helyes legyen a műveletvégzés! Hány megoldása van a feladatnak? (Az x-ek értelemszerűen most csak a hiányzó számjegyek helyét jelölik!)

$$\begin{array}{r} \underline{7x7} \cdot x7 \\ xx7x \\ \underline{xx7x} \\ xxxxx \end{array}$$

<u>Megoldás:</u>

A feladat azon alapszik, hogy a hármas, **<u>hetes</u>**, kilences szorzótábla minden eleme más-más számjegyre végződik, így a "visszafejtés" egyértelmű.

Vegyük észre, hogy a szorzást a szorzó tízeseivel kezdték, ami a részletszorzatok elrendezéséből látszik. Így a második részletszorzat a szorzandó és a szorzó egyesei összeszorzásából (a $\overline{7x7} \cdot 7$-ből) adódik, amiből az egyesek helyére kerülő számjegy csakis 9 lehet, a 7-szer 7 egyenlő 49 miatt. Beírjuk a 9-et, maradék 4. 7-ből 4 egyenlő 3, s most keresnünk kell egy olyan számot, amelyet 7-tel szorozva 3-ra végződő számot kapunk. Ez csak a 9 lehet, mert 9-szer 7 egyenlő 63. végződik csak 3-ra.

A szorzandó csakis 797 lehet, a második részletszorzat pedig 5579.

A szorzandó középső jegye tehát 9-es. Folytassuk a szorzást. Most már a teljes szorzandót

Nyilvántartási száma: 00516-2008
FAT lajstromszám: AL-0022

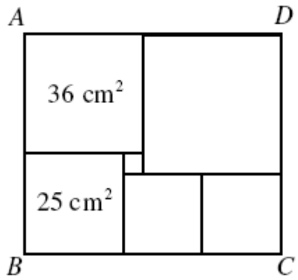
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

egyértelműen meghatároztuk.

Hiányzik még a szorzó tízese. Tehát a 797-et kell valamivel megszorozni, hogy az eredmény egy olyan négyjegyű szám legyen, amelyben a tízesek helyén 7 áll. Három ilyen szorzót is találunk: 77, 87, 97. Az első részletszorzat rendre 5579, 6376, 7173. A második részletszorzat minden esetben 5579. Az eredmény rendre 61369, 69339, 77309.

Pontozás: Az először megtalált helyes szorzóért 3 pontot, a további két megoldásért 2-2 pontot adjunk. Az indoklás leírását nem várhatjuk el, nehézkes a nyelvi megformálás.

5. Az ABCD téglalapot 6 négyzetre bontottuk fel. Közülük kettő területét beírtuk az ábrába. Hány cm az ABCD téglalap kerülete?



Megoldás:

Ha egy négyzet területe 36 cm^2, akkor az oldala 6 cm hosszú, ha a területe 25 cm^2, akkor az oldala 5 cm. **2 pont**

A "középen" lévő jelöletlen négyzet oldala 6 – 5 = 1 cm. **1 pont**

Az A-val jelölt négyzet oldala 5 – 1 = 4 cm, hasonlóan a B-vel jelölt négyzet oldala is 1 cm. **1 pont**

A C-vel jelölt négyzet oldala 6 + 1 = 7 cm. **1 pont**

Innen már kiszámolhatjuk a téglalap kerületét.

Az AB oldala 6 + 5 = 11 cm, az AD pedig 7 + 6 = 13 cm. A téglalap kerülete $(11+13)\cdot 2 = 48\ cm$. **2 pont**