



Kalmár László (matematikus)

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



44. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Megyei forduló - 2015. április 11.

ÖTÖDIK OSZTÁLY - Javítási útmutató

1. Melyik a legkisebb páros négyjegyű szám, amelynek minden számjegye különböző, és az első két számjegy összege kétszerese a harmadik és negyedik számjegy összegének? (Indoklást is írd, ne csak a végeredményt!)

Megoldás

Az első két számjegy összege páros, mert a második kettő összegének duplája. (1 pont)

Az összeg 0 nem lehet, mert így az első számjegynek is 0-nak kellene lenni. Az összeg tehát legalább 2. (1 pont)

A legkisebb számot keressük, ezért álljon az ezresek helyén 1. (1 pont)

Ha a második számjegy 1-es lenne, akkor $1+1=2$, de így egyforma számjegyeket használnánk, ez nem megengedett. (1 pont)

$1+3=4$ növekvő sorrendben a következő lehetőség az első két számjegyre. (1 pont)

Számunk tehát így nézhet ki: 13_... A második két jegy összege most szükségképpen $4:2=2$, ami lehet 1+1, vagy 0+2. (1 pont)

Csak a második esetben különbözőek a számjegyek, tehát a számunk lehet 1302, vagy 1320, melyek közül az 1302 a kisebb. A keresett szám az **1302**. (1 pont)

Összesen: 7 pont

Megjegyzés.

Ha valaki indoklás nélkül közli az 1302-t, akkor azért 2 pont jár. Ha valaki ad egy számot, amely minden feltételt kielégít, de nagyobb 1302-nél, 1 pontot kapjon.

2. Egy nagy asztalra piros (P) és kék (K) korongokat pakolunk. Az első sorba 100 darabot helyezünk el PPKKPPKKPP...PPKK sorrendben. Ezt követően az első sor alá két-két korong közé egy-egy újabbat teszünk, mégpedig úgy, hogy két egyforma alá pirosat, két különböző alá kéket rakunk. Majd ugyanezt a szabályt mindig egy-egy sorral lejjebb alkalmazva teszünk korongokat a harmadik, negyedik, ..., végül a 100. sorba. Az utolsó sorba így egyetlen korong kerül. Összesen hány kék korong van ekkor az asztalon?



Kalmár László (matematikus)

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Megoldás

- Az első sorban lévő korongok fele kék, ez 50 darab. (1 pont)
A második sorban váltakoznak a színek: PKPKPK...PKP. (1 pont)
Összesen 99 darab korong van a második sorban. (1 pont)
A két szélén pirosak állnak, ezért a második sorban a kék száma 49. (1 pont)
A harmadik sorban az összes kék, ez 98 darab. (1 pont)
A negyedik sor végig piros, és a szabály miatt alatta is minden korong piros. (1 pont)

Összesen tehát $50 + 49 + 98 = 197$ darab kék korong van az asztalon. (1 pont)

Összesen: 7 pont

3. Az asztalon sorban állnak a következő edények: egy üveg, aztán egy korsó, utána egy csésze, majd egy pohár és végül egy bögre.
Különböző italokkal vannak töltve, mégpedig: teával, kávéval, tejjel, narancslével, ásványvízzel. (Nem feltétlenül ebben a sorrendben.) Megfogjuk a poharat és áttesszük egy másik helyre úgy, hogy közvetlenül mellette a tea és a tej álljon. Emiatt a tej és a narancslé szomszédosakká válnak, és a kávé lesz a sor közepén.
Melyik edényben milyen ital lehet?

Megoldás

A kezdeti sorrend: üveg, korsó, csésze, pohár, bögre. A poharat csak az üveg és a korsó, vagy a korsó és a csésze közé tehetjük, mert áttesszük egy másik helyre, mégpedig nem a sor szélére, hiszen a tejet és a teát tartalmazó edény is szomszédja lesz. (1 pont)
Így most két lehetőség van az edények sorrendjére: üveg, pohár, korsó, csésze, bögre vagy üveg, korsó, pohár, csésze, bögre. (1 pont)
Az első sorrend nem lehetséges, mert középen a kávé lenne korsóban, így viszont a pohár egyik szomszédja a kávé lenne, pedig a tej és a tea közé kellett volna kerülnie. (1 pont)
Tehát a második a helyes sorrend, és a kávé a pohárban van. (1 pont)
A tej és a tea a korsó és a csésze valamelyikében van, a tej mellé került a narancs. (1 pont)
Mivel az üveg és a korsó eddig is szomszédosak voltak, ha ezekben lenne a tej és a narancslé, akkor most nem válnának szomszédosak, így azok csak a második sorrendben a pohár másik oldalán, a csészében és a bögrében lehetnek. (1 pont)
Tehát az üvegben víz, a korsóban tea, a pohárban kávé, a csészében tej és a bögrében narancs van. (1 pont)

Összesen: 7 pont



Kalmár László (matematikus)

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

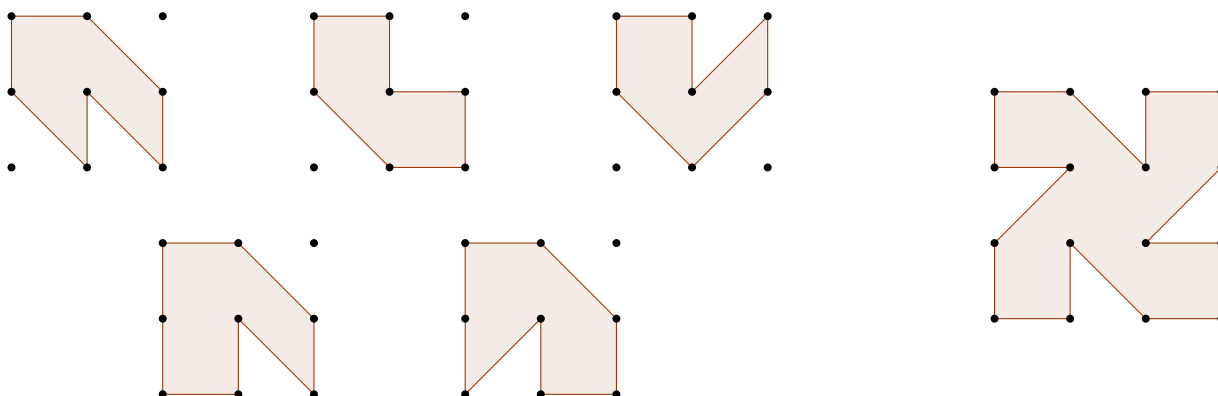
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



4. Lili és Lali azt a feladatot kapták, hogy rajzoljanak olyan sokszögeket, melyeknek minden csúcsa a segédlapon található 3×3 -as rács valamelyik rácspontja. Rajzoltak is, mégpedig két különbözőt. Olyanokat, amelyek nem illeszthetők egymásra sem forgatással, sem tükrözéssel.

- Mutass példát két olyan hétszögre, amelyet Lili és Lali rajzolhatott!
- Ezután Lili és Lali együtt megkeresték a legnagyobb oldalszámú olyan sokszöget, amelynek minden csúcsa a segédlapon látható 4×4 -es rács valamelyik pontja. Hány oldala van ennek a sokszögnek? A mellékelt segédlapon csak a megoldásokat add meg, ne azon próbálkozz! Ha mégis elrontanád a rajzot, akkor mindkét esetben több rács van, mint amennyire valójában szükség van.

Megoldás



A fenti ábra bal oldali részén ötféle, az (a) feladatnak megfelelő hétszög látható. (Elég két különbözőt megrajzolni.) **(3 pont)**

Az ábra jobb oldalán a (b) feladat feltételeinek megfelelő 16-szög látható. **(3 pont)**

16 oldalnál több nem lehet a 4×4 -es rácson, mert egy sokszögnek annyi csúcsa van, ahány oldala, és csak 16 pontot használhatunk fel csúcsként. **(1 pont)**

Összesen: 7 pont

Megjegyzés.

Ha csak egyetlen jó hétszöget rajzol az (a) feladathoz (vagy többet, de azok egybevágóak): **2 pont.**



Kalmár László (matematikus)

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



5. Készíts 3×3 -as bűvös négyzetet úgy, hogy a következő számok mindegyikét felhasználod:

23, 29, 35, 43, 49, 55, 63, 69, 75.

(Bűvös négyzetben minden sorban, minden oszlopban és a két átlóban a számok összege ugyanaz a szám.)

Megoldás

29	75	43
63	49	35
55	23	69

7 pont

Megjegyzés.

Ha megállapítja, hogy a sor-, oszlop- és átlóösszeg 147:

2 pont.