TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

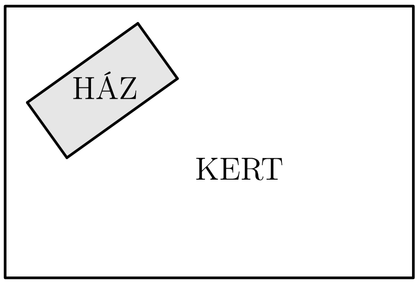
47. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Megyei forduló

ÖTÖDIK OSZTÁLY

JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

1. Egy téglalap alakú kertben egy téglalap alapterületű ház épül az ábrán látható módon. A kert hosszabb oldala a ház hosszabb oldalának 3-szorosa, a kert rövidebb oldala a ház rövidebb oldalának négyszerese. A maradék területet parkosítják. Hányszorosa lesz a parkosított terület a ház területének?



Megoldás

A kert területe a ház területének $3 \cdot 4 = 12$-szerese. (***4** pont*)
(Ez a 4 pont akkor is jár, ha rajzzal fejezi ki a két terület arányát.)

Ebből egy háznyi részt maga a ház foglal el. (***1** pont*)
Így a parkosított terület a ház $12 - 1 = 11$-szerese. (***2** pont*)
Összesen: 7 pont

2. A Noé bárkája című játékban Oroszlán (O), Panda (P), Víziló (V), Zsiráf (Zs), Zebra (Z) és Kenguru (K) utaznak a bárkán egymás mögött egyesével ülve. Minden ülésen kétféleképp ülhetnek: menetirány szerint előre, vagy háttal. Két állat pontosan akkor tud beszélgetni, ha egymás mögött ülnek és egymás felé fordulnak, azaz az előrébb ülő hátrafelé fordul. (Ha nem akar beszélgetni, attól azért ülhet háttal is, de beszélgetni csak egymás felé fordulva lehet.) Tudjuk a következőket:

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

1) Oroszlán az első, és háttal ül;
2) Zebra előrébb ül, mint Panda;
3) Zsiráf és Panda beszélgetnek a bárkában;
4) Víziló előre néz;
5) Víziló a harmadik, és Kenguru után ül.
Hányféle ülésrend lehetséges? (Két ülésrend különböző, ha legalább egy állat másutt, vagy más irányba nézve ül.)

Megoldás

Az 1) és 5) feltétel miatt az első 3 helyen O, K, V ülnek ebben a sorrendben, (***1** pont*)
és O és V helyzete adott, de K mindkét irányban ülhet. Ez 2 lehetőség. (***1** pont*)
2) és 3) alapján Z a negyedik helyen ül, és ezt 2-féle módon teheti; (***1** pont*)
valamint Zs és P ülnek az 5-6. helyen egymás felé fordulva. Aki az 5., az háttal, aki a 6., az előre nézve. (***1** pont*)
e páros is 2-féleképp ülhet, ami újabb 2 lehetőség. (***1** pont*)
K, Z és a Zs-P páros helyzete egymástól nem függ. A megoldás tehát: $2 \cdot 2 \cdot 2 =$ (***1** pont*)
$= 8$. (***1** pont*)

Összesen: 7 pont

3. Zsófi kiszámolta két négyjegyű szám különbségét, és eredményül 2018-at kapott. Ezután összeadta a két négyjegyű számban szereplő nyolc darab számjegyet. Lehet-e az így kapott összeg

(a) 6-nál kevesebb (b) 33 (c) 66?

Megoldás

(a) Vizsgáljuk az ezresek helyén álló jegyeket. A kisebbítendőben ez a jegy legalább kettővel nagyobb, mint a kivonandóban. Tehát ezek összege legalább 1+3=4. (***1** pont*)
Ha a jegyek összege 6-nál kevesebb lenne, akkor a százasok, tízesek, egyesek helyén álló jegyek összege legfeljebb 1 lehetne. Így ezen jegyek mindegyike 0 vagy 1, viszont ekkor a különbség nem végződhetne 8-ra. Tehát a jegyek összege **nem** lehet 6-nál kevesebb. (***2** pont*)

(b) **Igen**, lehetséges, pl. $7528 - 5510 = 2018$. (***2** pont*)

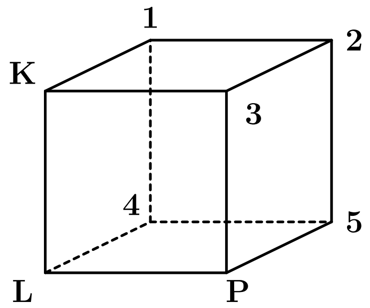
(c) **Igen**, lehetséges, pl. $9997 - 7979 = 2018$. (***2** pont*)

Összesen: 7 pont

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

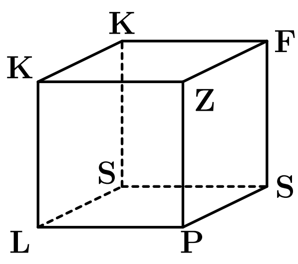
4. Egy kocka csúcsait kiszíneztük egy-egy színnel az alábbiak közül: piros, sárga, zöld, kék, fekete, lila. Tudjuk, hogy ha két csúcs azonos színű lett, akkor azokat összeköti a kocka valamelyik éle.

   Egy hangya elindult a kocka egyik csúcsából, majd mindig az élek mentén haladva sétált a szomszédos csúcsok között. Az út során ilyen színű csúcsokon ment sorban: kék, lila, piros, zöld, fekete, kék, sárga, lila, piros, sárga, fekete, kék, kék. A kiinduló kék csúcsot **K**-val, a másodiknak érintett lila csúcsot **L**-lel, az utána meglátogatott piros csúcsot **P**-vel jelöltük az ábrán. Hogyan színezhettük ki a többi (számozott) csúcsot?



Megoldás

Legalább két csúcsot kell kékre színeznünk. Sárga csúcsból is legalább kettőnek kell lennie, mert sárga csúcsnak van kék, lila, piros és fekete szomszédja is, ami egy csúccsal lehetetlen. Tehát 2-2 kék és sárga, valamint 1-1 piros, lila, fekete és zöld csúcs van. (***1** pont*)
A piros csúcsnak a lilán kívül van zöld és sárga szomszédja, tehát az 3-as és 5-ös csúcs zöld és sárga valamilyen sorrendben. A kék csúcsnak van kék szomszédja, amely így csak az 1-es lehet. Ennek viszont van fekete szomszédja, amely nem lehet a 4-es, mert a feketének kell zöld, kék és sárga szomszéd is, lila már nem lehet. Tehát a fekete csúcs a 2-es. (***1** pont*)
A két sárga csúcs szomszédos, így ezek a 4-es és 5-ös csúcsok, tehát a zöld csúcs a 3-as. (***1** pont*)
Az alábbi színezés esetén ellenőrizhető, hogy a hangya végig tud sétálni a megadott útvonalon. Ez tehát az egyetlen megfelelő színezés.



(***4** pont*)
Összesen: 7 pont

Megjegyzés. Ha a versenyző megadja a helyes színezést, de nem mutatja meg, hogy csak így lehet jó, akkor csak az utolsó **4 pont** jár.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

5. Pisti és Sárika a következő játékot játsszák: egy 3×3-as tábla mezőibe felváltva írják be az egész számokat 1-től 9-ig. Sárika célja az, hogy az összes szám beírása után

- a négy sarokmezőben lévő számok összege,
- a négy oldalmezőben lévő számok összege,
- az egyik átlóban lévő számok összege, és
- a másik átlóban lévő számok összege

mind ugyanannyi legyen. Pisti célja, hogy ezt megakadályozza, de mivel érzi, hogy Sárika nagyon nehéz célt tűzött ki, annyi engedményt tesz, hogy Sárika döntheti el, melyikük kezdjen. Kitalálhat-e Sárika olyan stratégiát, mellyel bizonyosan legyőzi Pistit?

Megoldás

Sárika válassza a kezdést, és írja be a középső mezőbe a 9-est. (***2*** *pont*)
Ezután bármelyik mezőbe is ír be számot Pisti, Sárika a következő lépésben írja be az ezzel átellenes mezőbe azt a számot, amely a Pisti által beírtat összegben 9-re egészíti ki. (***2*** *pont*)
Ezt mindig meg tudja tenni, hiszen az $(1; 8)$, $(2; 7)$, $(3; 6)$, $(4; 5)$ párok mindegyikében a számok összege 9, így ha Pisti beírja a pár egyik tagját, Sárika beírja az átellenes mezőbe a másikat, így a következő lépésben Pistinek egy új pár egyik tagját kell választania. (***1*** *pont*)
Így a kitöltés befejezésével a négy sarokmezőben a számok összege 18, hiszen ez két átellenes pár. Ugyanez igaz a négy oldalmezőre is. (***1*** *pont*)
A két átló mindegyike a középső 9-esből és egy átellenes párból áll, így ezekben is 18 lesz az összeg. Tehát a feltételek teljesülnek (mind a négy összeg 18), így Sárika ezzel a stratégiával biztosan megnyeri a játékot. (***1*** *pont*)

Összesen: 7 pont

Megjegyzés. Nem kell megadni Sárika összes lehetséges nyerő stratégiáját, elég egy konkrét játékmódról megmutatni, hogy az valóban nyerő. Ugyanakkor nagyon természetes úgy gondolkozni, hogy feltesszük, hogy Sárika célja teljesül, és megnézzük, hogy ebből mi következik a táblá mezőibe írt számokra nézve.

Ha Sárika célja teljesül, akkor a négy sarokmezőbe írt szám összege megegyezik az átlók összegével, ezért két átellenes sarokba írt szám összege pont a középre írt szám. Így a négy sarokmező összege ekkor a középső szám kétszerese, de ugyanennyi a négy oldalmezőbe írt szám összege is. Ezért az összes szám összege (45) egyenlő a középső szám ötszörösével. Tehát ha Sárika célja teljesül, akkor a középső mezőben 9-nek kell lennie. Ez a gondolatmenet önmagában **3 pont**ot ér, hiszen annyi derül ki belőle, hogy *ha van Sárikának nyerő stratégiája*, akkor az olyan, hogy elsőnek a 9-est írja középre (és az átellenes sarokmezőkben 9-re állítja az összeget). A további pontokért meg kell mutatni, hogy ilyen stratégia valóban létezik.

A feladatokat összeállította: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Nagy Kartal, Steller Gábor.
Lektorálta: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.