XXXIX. Országos Kalmár László Matematikaverseny

Javítási és pontozási útmutató a KMBK
Kalmár László verseny megyei fordulójához
2010.

6. osztály

1. Az első háromjegyű szám 100, az utolsó 999, ez összesen 900 szám. Ezek számjegyeit például így könnyű összeadni: képezzük a következő párokat: 100 és 999; 101 és 998; 102 és 997; ...; 549 és 550. **3 pont**
A párokban a számjegyek összege azonos: 28, és 450 pár van. **2 pont**
Tehát a keresett számjegyösszeg: $28 \cdot 450 = 12\,600$. **2 pont**
Összesen: **7 pont**

Másik lehetséges megoldás:
1-től 9-ig a számjegyek összege 45.
Képzeletben írjuk le egymás alá növekvő sorrendben a 900 számot.
Először adjuk össze az egyesek helyén álló számjegyeket. 100-tól 999-ig 90 olyan számcsoport van, amelyben az egyesek helyén a számjegyek 1-től 9-ig állnak. Ezek összege $90 \cdot 45 = 4050$. **2 pont**

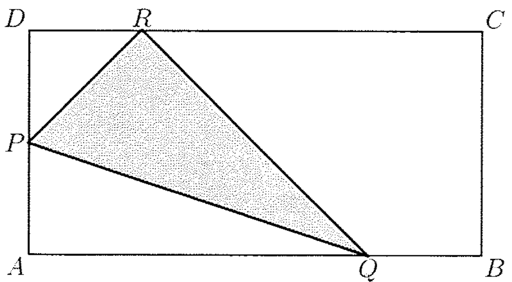
Két kerek százas között a tízesek helyén minden számjegy 10-szer szerepel egymás után. Ez 9 alkalommal ismétlődik. A számjegyek összege: $9 \cdot 10 \cdot 45 = 4050$. **2 pont**

A százasok helyén 1-től 9-ig minden számjegy 100-szor szerepel. Ezek összege $100 \cdot 45 = 4500$. **2 pont**

A számjegyek összege: $4050 + 4050 + 4500 = 12\,600$. **1 pont**
Összesen: **7 pont**

2. Milyen x érték jöhet szóba?
Ha $x = 43$, akkor $x^2 = 1849$, ez túl korai. Ha $x = 44$, akkor $x^2 = 1936$, ez jó lehet.
Ha $x = 45$, akkor $x^2 = 2025$, ez már nem jó. **3 pont**
Tehát a dédapa 1936-ban volt 44 éves. **3 pont**
Így $1936 - 44 = 1892$-ben született. **1 pont**
Összesen: **7 pont**

3.



A PQR háromszög területét úgy érdemes számolni, hogy a téglalap területéből kivonjuk az APQ, DPR háromszögek területét, és a $BCRQ$ trapéz területét. A $BCRQ$ trapéz területe fele a téglalap területének. **2 pont**

Az APQ háromszög AQ oldala háromnegyed része AB-nek, AP magassága fele AD-nek, így a területe $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$ része a téglalap területének. **2 pont**

A DPR háromszög területe $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ része a téglalap területének. Mivel $\frac{3}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$, így a PQR háromszög területe is $\frac{1}{4}$ része a téglalap területének. **3 pont**

Összesen: **7 pont**

4. A pozitív egészek összege 1-től 2009-ig: $\frac{1+2009}{2} \cdot 2009 = 1005 \cdot 2009 = 3 \cdot 5 \cdot 61 \cdot 7^2 \cdot 41 =$
$= 123 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 61$ **4 pont**

Tehát az összeg osztható 123-mal. **3 pont**

Összesen: **7 pont**

* * *

A kijavított dolgozatokat <u>20 ponttól</u> kérjük elküldeni a Teleki László Egyesület központjába.