



Kalmár László (matematikus)

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



44. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Megyei forduló - 2015. április 11.

NYOLCADIK OSZTÁLY

1. Egy 10×10 -es négyzetrács minden kis négyzete fehérre vagy feketére van színezve. Egy lépésben egy sor vagy oszlop minden kis négyzetének színét megváltoztathatjuk az ellenkezőjére. Bizonyítsd be, hogy a kiinduló állástól függetlenül elérhető ilyen lépésekkel az, hogy legalább 10-zel több négyzet legyen fekete, mint fehér!
2. Jenő idén februárban a városban sétálgatott, amikor egy figyelemre méltó épületen meglátott egy ismertető táblát. A táblán sok érdekesség volt olvasható az épületről, többek között az is, hogy mikor építették. Kicsit elgondolkozott, majd megállapította, hogy 2015-öt követően lesz egy olyan év, amikor az aktuális évszám éppen a négyzete annak a számnak, ahány éves az épület abban az évben. 2015-ben az épület építésének hányadik évfordulóját ünneplik?
3. Rá lehet-e írni egy kocka nyolc csúcsára a $0, 1, 2, \dots, 12$ számok közül nyolcat úgy, hogy minden él két végpontjában a számok összege osztható legyen hárommal? (Minden számot legfeljebb egyszer használhatunk fel.)
4. Egy téglalap alakú papírlap két oldala 1 és $\sqrt{2}$ egység. A papírlap egyik sarkát behajtuk (egyenes hajtással) úgy, hogy a hajtásél az egyik csúcsból indul, és a csúcstól nem tartalmazó rövidebbik oldalt metszi, valamint a behajtott csúcs éppen a hosszabb oldalra esik. Milyen messze van a hajtásél (csúcstól különböző) végpontja a legközelebbi csúcstól?
5. Egy a_n sorozat tagjairól tudjuk, hogy minden pozitív egész n esetén

$$a_{2n} = a_n \text{ és } a_{2n+1} = a_n + a_1,$$

továbbá $a_{1000} = 6$. Mennyi a_{2015} értéke?