

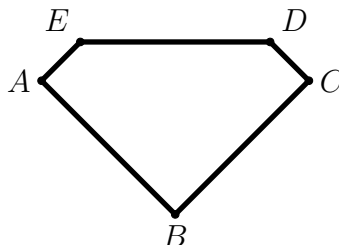
50. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Megyei forduló – 2021. április 23.

NYOLCADIK OSZTÁLY

Minden állításonkat bizonyítanod kell.

1. Az ábrán látható ötszögnek A -nál, B -nél és C -nél derékszöge van, a maradék két szöge pedig 135° -os. Tudjuk továbbá, hogy $AB = BC = DE = 12$ egység. Határozd meg az ötszög területét. *Teljes pontszámhoz a válasz legegyszerűbb alakját kell megadnod.*



2. Határozd meg az alábbi egyenlet összes megoldását a pozitív egész számok körében:

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 4.$$

3. Pirossal megjelöltük az $ABCDEF$ szabályos hatszög csúcsait. Hány olyan háromszög van a síkon, amelyre teljesül, hogy mind a hat piros ponton átmegy a háromszög valamelyik oldalegyenese?
4. Egy 4×4 -es táblázatot 1-es és 2-es számjegyekkel kitöltöttünk. A táblázatból balról jobbra, jobbról balra, fentről lefele és letről felfele is kiolvashatók négyjegyű számok. Legfeljebb hány különböző lehet az így kiolvasható 16 db négyjegyű szám között?

1	2	1	1
2	1	2	2
2	2	1	2
1	2	2	1

Például, az ábrán látható kitöltésből 8 különböző négyjegyű szám olvasható ki: 1121, 1211, 1212, 1221, 2122, 2121, 2212, 2211.

5. Bizonyítsd be, hogy 99 darab egész szám közül, melyek nem adnak csupa egyforma maradékot 100-zal osztva, ki lehet választani néhányat (esetleg csak egyet), melyek összege osztható 100-zal.

A feladatokat összeállította: Gyenes Zoltán, Hujter Bálint, Nagy Kartal.
Lektorálta: Erben Péter, Steller Gábor.