

## Javítási útmutató és megoldások

### 8. osztály

1. Célszerű általánosan számolni. Négy egymást követő páratlan szám szorzatához 16-ot adunk. 2 pont

$$(2k-3)(2k-1)(2k+1)(2k+3) + 16 = (4k^2 - 9)(4k^2 - 1) + 16 = \\ = 16k^4 - 40k^2 + 25 = (4k^2 - 5)^2.$$

5 pont

Összesen: 7 pont

2. Tegyük fel. Hogy  $n+1+n+2+\dots+n+k = 2013$ . 1 pont

Ebből  $nk + \frac{k(k+1)}{2} = 2013$ ,  $2nk + k(k+1) = 4026$ ,  $k(2n+k+1) = 4026$ . 2 pont

$k$  és  $2n+1+k$  különböző paritásúak, és  $2n+1+k > k$ . 2 pont

Az a cél, hogy  $k$ -t a lehető legnagyobbra válasszuk.

Mivel  $4026 = 2 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 61$ ,  $k = 61$ , és  $2n+1+k = 66$ , tehát  $n = 2$  a jó választás.

Így  $2013 = 3+4+\dots+62+63$ .

2 pont

Összesen: 7 pont

3. Például a következő konstrukció célravezető.

Legyenek  $a$  és  $b$  pozitív egészek, és nézzük a következő 20 számot a megadott sorrendben:

$a, -b, -b, a, -b, -b, \dots, a, -b, -b, a, -b$ . 2 pont

A feltétel szerint  $a - 2b < 0$ , tehát  $a < 2b$ , másrészt

$$7a - 13b > 0, \text{ azaz } a > \frac{13}{7} b.$$

Így  $\frac{13}{7} b < a < 2b$ , azaz  $13b < 7a < 14b$ , 2 pont

A kapott egyenlőtlenséget kielégítik például az  $a = 17$ ,  $b = 9$  számok, így a következő sorozatot kapjuk:  $17, -9, -9, 17, -9, -9, \dots, 17, -9, -9, 17, -9$ ,

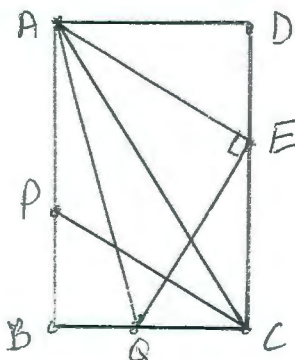
vagy egy másik eset:  $a = 27$ ,  $b = 14$ , ekkor a következőt kapjuk:

$27, -14, -14, 27, -14, -14, \dots, 27, -14, -14, 27, -14$ . 3 pont

Összesen: 7 pont

Bármely helyes megoldás 7 pontot ér.

4. Egészítsük ki az ABC derékszögű háromszöget az ABCD téglalappá.



AE párhuzamos CP-vel, tehát  $DE = BP = CQ$  és  $CE = AP = AD$ .

2 pont

Ezért az AED és EQC derékszögű háromszögek egybevágóak, tehát

$QE = AE$ , és a  $QEA$  szög  $90^\circ$ .

**3 pont**

Az  $AEQ$  háromszög tehát derékszögű, egyenlőszárú háromszög, így a  $QAE$  szög  $45^\circ$ .

**1 pont**

Mivel  $AE$  párhuzamos  $CP$ -vel, az  $AQ$  és  $CP$  szakaszok szöge is  $45^\circ$ .

**1 pont**

**Összesen: 7 pont**

5. Szorozzuk össze az egyes sorok végére és az egyes oszlopok aljára írt 5-5 számot. Ez a szorzat biztosan 1 hiszen ebben pontosan a táblázatba írt számok négyzete szerepel, mindegyiké egyszer. **3 pont**
- Ez azt jelenti, hogy a felsorolt 10 szám között csak páros számú  $-1$  szerepelhet. **2 pont**
- Másrészt az összeg úgy lehetne csak 0, ha 5 darab  $+1$  és 5 darab  $-1$  szerepel a számok között. Tehát az összeg nem lehet 0. **2 pont**
- Összesen: 7 pont**

.....

A kijavított dolgozatokat **23 ponttól** kérjük elküldeni a Teleki László Egyesület központjába.