Kalmár László (matematikus)

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

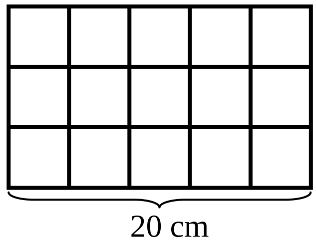
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

44. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

ORSZÁGOS DÖNTŐ 1. forduló

HARMADIK OSZTÁLY JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

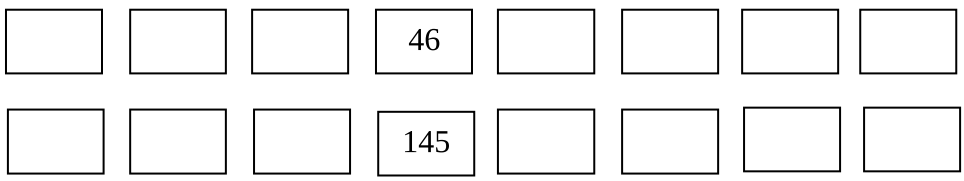
1. Egy téglalap alakú négyzetrácsot készítettünk drótból az ábra szerint. Hány centiméter drótot használtunk fel, ha a téglalap hosszabbik oldala 20 cm?



Megoldás:
A téglalap 20cm-es hosszabbik oldala 5 négyzetoldalból áll, így egy négyzetoldal 20 : 5 = 4 cm hosszú. *1 pont*
A téglalap rövidebb oldala 3 négyzetoldalból áll, így $3 \cdot 4 = 12$ cm hosszú. *1 pont*
A négyzetrács 4 hosszabb téglalapoldalból és 6 rövidebb téglalapoldalból áll, így
$4 \cdot 20 + 6 \cdot 12 = 152$ cm hosszú. *5 pont*

2. A Kökörcsin utcában a házak egyformák, az egymás utáni házak mindig ugyanakkora távolságra követik egymást, és mindegyik házzal szemben egy ház áll az utca másik oldalán. A házakat úgy számozták meg, hogy az utca elején a bal oldali első ház kapta az 1-es számot, ezután a baloldalon haladtak egyesével az utca végéig, majd visszafelé a jobboldalon folytatták a számozást. Így az utca elején, a jobboldalon levő házé a legnagyobb házszám. Tudjuk, hogy a 46-os számú házzal szemben a 145-ös áll.
a) Hány ház van az utcában?
b) Hányas számú ház áll a jobb oldalon, az utca végén?
c) Hányas számú ház áll a 123-as számú házzal szemben?

Megoldás:



a) A 46-os számú ház előtt 45 ház van.
Ugyanennyi ház van a 145-ös számú ház után, így az utcában 145 + 45 = 190 ház van. *3 pont*
b) Az utca mindkét oldalán 190:2= 95 ház áll, így a jobb oldalon, az utca végén a 96-os számú ház áll. *2 pont*

FINY: 00516-2008
NMH: E-000226/2014

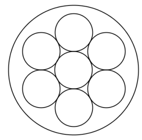
c) A 123-as számú ház után 190 – 123 = 67 ház van még az utcában, ezért a vele szemben levő ház előtt is 67 ház áll, ami azt jelenti, hogy a 123-as házzal szemben a 68-as számú ház áll. *2 pont*

A feladat megoldható azt az észrevételt használva is, hogy az egymással szemben levő házak számának összege mindig 46 + 145 = 191, ugyanis az utcában egy irányba haladva az egyik oldalon nőnek, a másik oldalon csökkennek a házszámok egyesével, így az összegük állandó marad (a megállapítás indoklása 2 pontot ér).
Így az 1-es házzal szemben a 190-es lesz, tehát ennyi ház van összesen az utcában. Ebből a baloldal utolsó háza a 190 : 2 = 95-ös, a jobboldal utolsó háza pedig a 96-os.

3. A piacon sütőtököket, sárgadinnyéket és cukkíniket cserélgetnek rögzített szabályok szerint (az azonos fajta zöldségek mind ugyanannyit érnek).
Pista bácsi egy sütőtökért három sárgadinnyét és két cukkínit adott. Erzsi néni két sütőtököt kapott öt sárgadinnyéért és hét cukkíniért. Miska bácsinak csak cukkínije van, hányat kell adjon egy sütőtökért?

Megoldás:
Ha Pista bácsi 1 sütőtökért 3 sárgadinnyét és 2 cukkínit adott, akkor 2 sütőtökért 6 sárgadinnyét és 4 cukkínit adna. *2 pont*
Ezért 6 sárgadinnye és 4 cukkíni ugyanannyit ér, mint 5 sárgadinnye és 7 cukkíni. *1 pont*
Ebből 1 sárgadinnye 3 cukkínit ér. *2 pont*
Tehát egy sütőtök $3 \cdot 3 + 2 = 11$ cukkínit ér. *2 pont*

4. Az ábrán látható kerek tálcára hét kerek muffint rakunk, két narancsosat és öt csokisat. Hányféleképpen tehetjük a tálcára a muffinokat, ha az egyforma ízű muffinokat nem különböztetjük meg, és két elrendezést nem tekintünk különbözőnek, ha az egyik szerint elrendezett tálcát körbeforgatva a másik elrendezést kapjuk? Rajzold le a lehetőségeket!



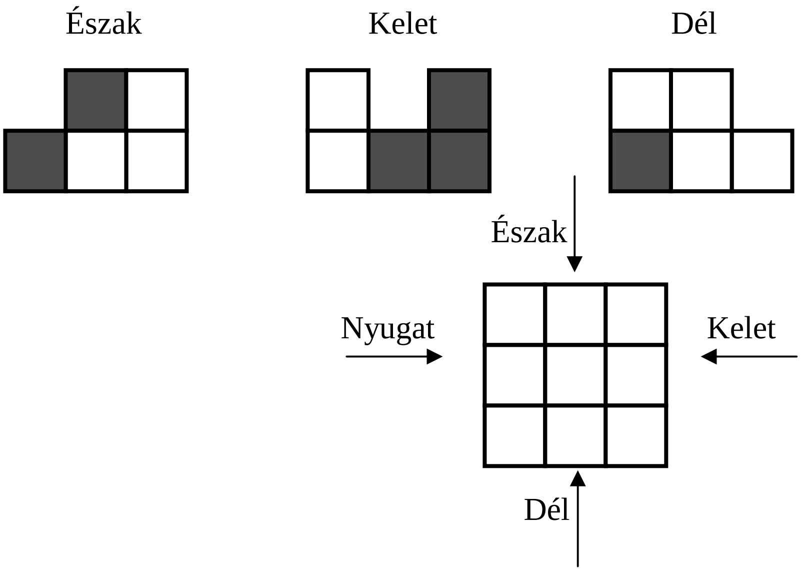
Megoldás:
Két eset lehet aszerint, hogy középen narancsos vagy csokis muffin van. *1 pont*
1. eset: Középen narancsos muffin van.
Ekkor körben 1 narancsos és 5 csokis van, de mivel a tálca körbe forgatható, így az egy narancsos muffin akárhol lehet, az ugyanaz az eset. Tehát ez 1 lehetőség. *2 pont*
2. eset: Középen csokis muffin van.
Ekkor körben 2 narancsos és 4 csokis muffin van.
A 2 narancsos közötti csokis muffinok száma szerint rendszerezve a lehetőségeket:
Lehet 0; 1 vagy 2 csokis muffin a két narancsos között.
Ha már 3 van köztük, akkor a másik oldalon 2 van, a körbe forgathatóság miatt ezt a lehetőséget már számbavettük. Tehát ez 3 lehetőség. *3 pont*
Összesen a két esetben 1 + 3 = 4 lehetőség van. *1 pont*
Ha a versenyző 3 lehetőséget talált, de nem írt rosszat, akkor 5 pontot, ha 2-t, akkor 3 pontot, és ha 1-et, akkor 1 pontot kapjon. Ha ugyanazt többször is lerajzolta, 1 pontot vonjunk le, ha a feltételeknek nem megfelelőt is rajzolt, azért is vonjunk le 1 pontot.

Kalmár László (matematikus)

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

5. Kubik építőmester egy építmény kicsinyített mását készíti el úgy, hogy egyforma méretű szürke és fehér kiskockákat rak egymás tetejére. Az építmény alaprajzát egy olyan négyzetbe lehet berajzolni, amelynek minden oldalára három kiskocka fér (nem biztos, hogy minden helyen áll kiskocka). Az építmény képe Észak, Kelet, Dél és Nyugat felől az ábrán látható (egy kiskocka oldalról akkor is egy négyzetnek látszik, ha nem az alaprajz szélső négyzetén áll, de előtte nem áll másik kiskocka).



a) Legtöbb hány kiskockából állhat az építmény kicsinyített mása?
Írd be az alaprajz négyzeteibe, hogy hány kiskocka áll ekkor egymás tetején az egyes négyzeteken!
Rajzold le az építmény két szintjét jelölve az irányokat, és színezd be a szürke kockákat mindkét szinten!
b) Írd be az alaprajz négyzeteibe, hogy hány kiskocka áll egymás tetején az egyes négyzeteken, ha az építmény a lehető legkevesebb kiskockából áll!

Megoldás:
a) Ha a lehető legtöbb kiskockát használja, akkor az alsó szinten 9 kocka van, a felsőn pedig 4, mert délről nézve a jobb szélső sávban üres a második szint, keletről nézve pedig a középső sáv üres, így a felső szintre rakható 9 kockából 5 biztosan hiányzik. Ez az elrendezés a színezésnek is megfelel, mert a sarkokon za egy kockához tartozó lapok egyforma színűek. Tehát az építmény 13 kiskockából áll, ha a lehető legtöbb kiskockából áll.

2 pont

2	**2**	**1**
1	**1**	**1**
2	**2**	**1**

FINY: 00516-2008
NMH: E-000226/2014


Kalmár László (matematikus)

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

Ha a lehető legtöbb kiskockát használta Kubik mester, akkor
az alsó szinten levő kiskockák:

a felső szinten levő kiskockák:

		x
x	x	x
		x

2 pont

b) Ha a lehető legkevesebb kiskockából épít, akkor, azokat a kockákat hagyhatja el, amelyek a saját színükkel egyező színűt takarnak, és nincs rajtuk elhagyhatatlan kocka, így a következőt kapja:

2	2	1
0	1	0
1	2	1

3 pont

az alsó szinten levő kiskockák:

x		x

a felső szinten levő kiskockák:

		x
x	x	x
x		x

Budapest, 2015. május 29.

FINY: 00516-2008
NMH: E-000226/2014