



Kalmár László

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



46. TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Első nap – Javítási útmutató

HARMADIK OSZTÁLY

1. Egy kerek asztal körül sorban András, Bori Csilla, Dóri és Endre ült. Nagymamájuk hozott nekik 54 szem cseresznyét. Andrásnak adott 1-et, Borinak 2-t, Csillának 3-at, Dórinak 4-et és Endrének 5-öt, majd ugyanígy folytatta tovább. Andrásnak 1-et adott, Borinak 2-t, és így tovább, mindegyik gyerek mindig ugyanannyi cseresznyét kapott, mint az előző körben. Amikor nagymama valamelyik unokának nem tudott annyi cseresznyét adni, amennyit kellett volna, akkor egyet sem adott, és befejezte a cseresznyeosztást.

- Ki kapott cseresznyét utoljára?
- Hány cseresznyét nem tudott végül kiosztani nagymama?
- Ki kapott 12 cseresznyét?

Megoldás:

a) Egy körben nagymama $1+2+3+4+5=15$ cseresznyét osztott ki. Mivel $50 = 3 \cdot 15 + 9$, ezért 3 kör után nagymama 9 cseresznyét kezdett kiosztani úgy, hogy András kapott 1-et, Bori 2-t, Csilla 3-at, ami után már csak 3 cseresznye maradt, így Dórinak már nem tudott adni 4 cseresznyét, ezért Csilla kapott utoljára cseresznyét. *Indoklással együtt 2 pont, indoklás nélkül csak válasz 1 pont.*

b) Az előbbieken alapján nagymama kosarában 3 cseresznye marad.
A válasz 1 pont, az indoklás az előző pontban meg kellett legyen.

c) A 3 körben az kapott 12 cseresznyét, aki $12 : 3 = 4$ cseresznyét kapott egy körben, azaz Dóri. Viszont az első három gyerek 4 körben kapott cseresznyét, $12 : 4 = 3$, ezért Csilla is 12 cseresznyét kapott.

Tehát ketten kaptak 12 cseresznyét, Csilla és Dóri.

Indoklással együtt a két név 4 pont, indoklás nélkül csak a két név 2 pont. Ha indokolt, de csak az egyik gyereket találta meg, 2 pontot kapjon. Ha csak egy nevet írt indoklás nélkül az 1 pont.

2. Évi barátja külföldön él. Meglátogatja magyar barátját, és megírta neki, hogy mikor érkezik. Évi nem tudja, hogy a barátja a dátumot nap/hónap vagy hónap/nap formában írta, így sajnos nem tudja, pontosan mikor érkezik (például a 03/04 felírás lehet március 4. vagy április 3.). Hány dátum van egy évben, amelynél ebből a felírásból nem lehet egyértelműen eldönteni, hogy melyik napról van szó?

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



Kalmár László

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: fitnet@webinform.hu; Honlap: www.fitnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Megoldás:

Mivel a hónapok száma nem nagyobb 12-nél, azoknál a felírásoknál nem lehet eldönteni a pontos dátumot, amelyekben szereplő mindkét szám kisebb 13-nál, és a két szám nem egyenlő. Így havonta 11 ilyen felírás van, összesen $12 \cdot 11 = 132$ darab van.

Tehát 132 olyan dátum van, amelynél a két számból nem lehet egyértelműen meghatározni a dátumot.

Helyes megoldás indoklással 7 pont. Ha valaki $12 \cdot 12 = 144$ -et ír, akkor 4 pontot kapjon.

3. Zsuzsi egy zacskóból kivett valamennyi zsetont, és ezekkel kezdett játszani. Először elvesztette a zsetonjai felét, majd nyert 16 zsetont, utána megnégyszerezte a meglévő zsetonjait. Végül az utolsó játékban elvesztett 12-t, és így zsetonjainak száma kétjegyű szám lett. Legfeljebb hány zsetonnal kezdetett játszani Zsuzsi?

Megoldás:

Minél több zsetonnal kezdett játszani Zsuzsi, annál több zsetonja maradt. A harmadik játékban megnégyszerezte a zsetonjainak számát, utána elvesztett 12-t, ami szintén 4 többszöröse, így a végén olyan kétjegyű szám lett a darabszám, ami 4 többszöröse. Ezek közül a legnagyobb a 96.

Ha 96 zsetonja lett a végén, akkor a 12 veszteség előtt 108 volt. Mielőtt megnégyszerezte 27 volt, mielőtt nyert 16-ot 11 volt, és mielőtt elvesztette a felét, 22 volt.

Tehát Zsuzsi legfeljebb 22 zsetonnal kezdetett játszani.

Helyes megoldás indoklással 7 pont.

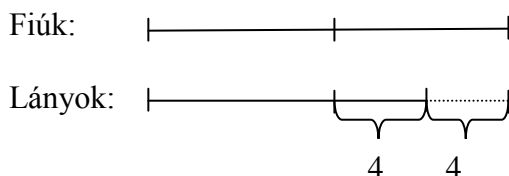
Hiányos megoldás esetén visszafele gondolkodás lépései számától függően kaphat részpontokat. Ha nem indokolta, hogy ez a lehető legnagyobb szám, akkor 1 ponttal kevesebbet kapjon.

4. Egy teremben fiúk és lányok vannak. Ha kimenne 4 fiú a teremből, akkor a teremben ugyanannyi fiú maradna, mint lány. Ha 4 lány menne ki, akkor a bennmaradó gyerekek közt feleannyi lenne a lány, mint a fiú. Hány fiú és hány lány van a teremben?

Megoldás:

Ha kimenne 4 fiú a teremből, akkor ugyanannyi lenne a fiú, mint a lány, ezért a teremben 4-gyel több a fiú, mint a lány.

Ábrázoljuk szakaszokkal a fiúk és a lányok számát:





Kalmár László

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Ha 4 lány menne ki, akkor feleannyi lány lenne, mint fiú. Így, ha a fiúk számából elveszünk 4-et, amennyivel kevesebb a lány, meg még 4-et, akik kimentek, akkor a fiúk számának felét kapjuk, ezért a fiúk számának fele $4 + 4 = 8$. Tehát a fiúk száma 16, a lányok száma $16 - 4 = 12$.

Ellenőrzés: Ha kimegy 4 lány, $12 - 4 = 8$ lány marad, és $16 : 2 = 8$, azaz a bent maradt lányok száma a fiúk számának fele.

Válasz: A teremben 16 fiú és 12 lány van.

Helyes megoldás indoklással, ellenőrzéssel 7 pont.

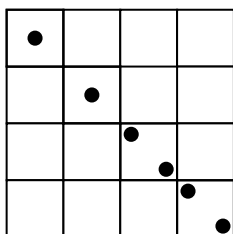
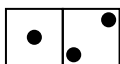
Ellenőrzés 1 pontot ér.

Ha csak a választ adta meg indoklás nélkül, akkor 1 pontot kapjon.

Ha megadta a helyes választ, és ellenőrzött, de nem mutatta meg, hogy más megoldás nem lehet, akkor 3 pontot kapjon.

5. Bence talált egy dominót, aminek az egyik felén egy, a másik felén két pötty volt. Azt játszotta, hogy az ábrán látható 4x4-es sakktáblára lerakta a talált dominót, úgy, hogy a dominó négyzetei pontosan illeszkedtek a sakktábla négyzeteire, és a dominó pöttyei mindig látszottak. A dominót rakhatta két üres négyzetre is, de ha a dominó egyik fele a tábla olyan négyzetére esett, amelyen pötty volt, akkor ez meghatározta a dominó helyzetét. Egy pöttyös négyzetre a dominónak csak az egy pöttyös felét, két pöttyös négyzetre csak a dominó két pöttyös felét tehetette.

Hányféleképpen rakhatta így rá a dominót a táblára Bence?



Megoldás:

Először azt nézzük meg, hányféleképpen rakhatja rá a dominót a sakktáblára a pöttyök számának figyelembe vétele nélkül.

Vízszintesen minden sorban 3 helyre teheti, így a 4 sorban összesen $4 \cdot 3 = 12$ helyre.

Függőlegesen ugyanígy 12 helyre teheti. Összesen 24 elhelyezés lehetséges.

Most azt nézzük meg, hogy ezek közül hány olyan elhelyezés van, amelynél nem lehet megfordítani a dominót (1-es és 2-es oldalát felcseréljük).

Az összes lehetséges elhelyezés közül 2 dominó fedi a bal felső sarokban levő 1-est, ugyanígy a jobb alsó sarokban levő 2-est, és négy-négy dominó fedi a másik 1-est és a másik 2-est. Összesen 12 elhelyezés van, amelynél rögzített az 1-es vagy a 2-es helye, azaz a dominó nem fordítható meg.

A maradék 12 elhelyezés esetén megfordítható a dominó, azaz a rajta levő pöttyöket is figyelve, $2 \cdot 12 + 12 = 36$ -féleképpen rakhatjuk rá a dominót a táblára.

Helyes megoldás indoklással 7 pont.

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



Kalmár László

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



2017. május 19.

A feladatokat összeállította: Pintér Klára.
Lektorálta: Hillné Benkó Katalin, Konfár László.

Az NTP-TV-16-0077. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.