



## TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.  
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176  
E-mail: [titnet@webinform.hu](mailto:titnet@webinform.hu); Honlap [www.titnet.hu](http://www.titnet.hu)  
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

### 44. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

#### ORSZÁGOS DÖNTŐ 1. forduló

#### NEGYEDIK OSZTÁLY JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

1. Hét gyerek életkorát években számolva leírtuk, és észrevettük, hogy 1-től 7-ig minden szám pontosan egyszer fordul elő. Dani háromszor annyi éves, mint Bori. Csaba 4 évvel idősebb Emesénél. Fanni idősebb Andrásnál, aki idősebb Gábornál, de András és Gábor évei számának összege nem nagyobb Fanni évei számánál. Ki hány éves lehet?

#### Megoldás:

Dani háromszor annyi éves, mint Bori, így két eset lehet:

1. eset: Bori 1 éves és Dani 3 éves.

Mivel Csaba 4 évvel idősebb Emesénél, ez csak úgy lehet, hogy Emese 2 éves, Csaba 6 éves. A többiek életkor szerint az idősebbtől a fiatalabb felé haladva: Fanni, András, Gábor.

Kimaradtak a 4; 5 és 7 évesek, így Fanni 7 éves, András 5 és Gábor 4 éves. Ekkor viszont András és Gábor évei számának összege nagyobb Fanni évei számánál, ezért ez nem lehet.

*1 pont*

2. eset: Bori 2 éves és Dani 6 éves.

Ekkor Emese 1 éves, Csaba 5 éves, vagy Emese 3 éves, Csaba 7 éves.

Ha Emese 1 éves, akkor a 3, 4, 7 évesek maradtak ki, Fanni 7 éves, András 4 és Gábor 3 éves, most András és Gábor évei számának összege egyenlő Fanni évei számával, ezért ez lehet.

*3 pont*

Ha Emese 3 éves, akkor az 1, 4, 5 évesek maradtak ki, Fanni 5 éves, András 4 és Gábor 1 éves, András és Gábor évei számának összege most is egyenlő Fanni évei számával, ezért ez lehet.

*3 pont*

Tehát két lehetőség van:

	1	2	3	4	5	6	7
1. eset	Emese	Bori	Gábor	András	Csaba	Dani	Fanni
2. eset	Gábor	Bori	Emese	András	Fanni	Dani	Csaba

Ha mindkét esetet megtalálta, 7 pont, ha csak egyet, akkor legfeljebb 4 pontot kaphat.

Ha az 1. esetet nem zárta ki, 1-gyel kevesebb pontot kapjon.

2. Egy fuvarosnak a kisteherautójával összesen 500 kg fát kellett kiszállítania. Háromszor fordult, minden alkalommal az autóval együtt (vezető és utas nélkül) mérték meg a felpakolt fa tömegét. Először 1555 kg-ot, másodszor 1528 kg-ot, harmadszor 1557 kg-ot mértek. Hány kilogramm az autó tömege?

#### Megoldás:

A három fordulóban a tömegek összege:

$$1555 + 1528 + 1557 = 4640 \text{ kg.}$$

Ebben benne van az 500 kg fa, és háromszor az autó tömege.



## TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.  
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176  
E-mail: [titnet@webinform.hu](mailto:titnet@webinform.hu); Honlap [www.titnet.hu](http://www.titnet.hu)  
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

Így az autó tömegének háromszorosa:  $4670 - 500 = 4140$  kg.

Tehát az autó tömege:  $4140 : 3 = 1380$  kg.

Ellenőrzés: Az első fordulóban  $1555 - 1380 = 175$  kg, a másodikban  $1528 - 1380 = 148$  kg és a harmadikban  $1557 - 1380 = 177$  kg fát szállított. Összesen  $175 + 148 + 177 = 500$  kg-ot.

Válasz: Az autó tömege 1380 kg.

A helyes megoldás ellenőrzéssel, indoklással 7 pont.

Ellenőrzés hiányában 1 pont levonás.

3. Zsuzsi 16 számkártyára színes számokat írt, négy pirosat, négy kéket négy sárgát és négy zöldet. A kártyákra az 1; 2; 3 és 4 számokat írta, minden kártyára egy színes számot úgy, hogy minden szám mind a négy színben előfordul egyszer. Ezeket a kártyákat lerakta négy sorba és négy oszlopba úgy, hogy sem egy sorban, sem egy oszlopban nincs két egyforma szám, és nincs két egyforma szín, majd néhány lap kivételével lefordította a kártyákat. Az ábrán a felfordítva maradt lapokra írt számot és a számok színét jelöltük. Írd be a lefordított lapokra írt számokat, és a számok színét!

	3 KÉK		
			3 SÁRGA
3 PIROS			
	1 SÁRGA		4 PIROS

### Megoldás:

1. Az első sor utolsó kártyáján csak zöld szám lehet, mert a sorában van kék, az oszlopában sárga és piros.
2. Ezután a 4. oszlop 3. kártyája kék.
3. A 3. sor 2. kártyáján zöld szám van, mert a sorában piros és kék, az oszlopában sárga és kék kártya van.
4. A 3. sor 3. kártyája így csak sárga lehet, a 2. oszlop 2. kártyája piros.



## TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.  
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176  
E-mail: [titnet@webinform.hu](mailto:titnet@webinform.hu); Honlap [www.titnet.hu](http://www.titnet.hu)  
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

5. Az 1. sor 3. kártyája piros.
  6. Az 1. sor 1. kártyája sárga.
  7. A 2. sor 2. száma csak 2 lehet, mert az oszlopból a 2 és a 4 hiányzik, de piros 4-es már van.
  8. A 3. sor 2. száma 4-es, mert csak az hiányzik az oszlopból.
  9. Már csak egy piros szám nincs beírva, ez az 1. sor 3. száma, ami 1-es.
  10. Mivel az 1. sorból a 2 és a 4 hiányzik, a zöld 4-es már be van írva, ezért a 2-es a zöld, és a 4-es a sárga.
  11. A 3. sor 3. kártyája a negyedik sárga, ami ezért csak 2-es lehet.
  12. Így a 3. sor 4. kártyája 1-es.
  13. Ki tudjuk tölteni a hiányzó számokat:  
A 2. sor 1. kártyája 1-es, a 3. kártyája 4-es.
  14. A 4. sor 1. kártyája 2-es, a 3. kártyája 3-as.
  15. Mivel kék 1-es már volt, a 2. sor 1. kártyája, ami 1-es, csak zöld lehet.
  16. Ezután az összes színt beírhatjuk:  
2. sor 3. kártyája kék, a 4. sor 1. kártyája kék, a 3. kártyája pedig zöld.
- Teljes megoldás 7 pont.
- Követhető részmegoldásért kb. két lépésenként jár 1 pont.

4 SÁRGA	3 KÉK	1 PIROS	2 ZÖLD
1 ZÖLD	2 PIROS	4 KÉK	3 SÁRGA
3 PIROS	4 ZÖLD	2 SÁRGA	1 KÉK
2 KÉK	1 SÁRGA	3 ZÖLD	4 PIROS



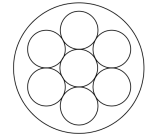
## TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.  
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176  
E-mail: [titnet@webinform.hu](mailto:titnet@webinform.hu); Honlap [www.titnet.hu](http://www.titnet.hu)  
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

4. Az ábrán látható kerek tálcára hét kerek muffint rakunk, három narancsosat és négy csokisat. Hányféleképpen tehetjük a tálcára a muffinokat, ha az egyforma ízű muffinokat nem különböztetjük meg, és két elrendezést nem tekintünk különbözőnek, ha az egyik szerint elrendezett tálcat körbeforgatva a másik elrendezést kapjuk? Rajzold le a lehetőségeket!



### Megoldás:

Két eset lehet aszerint, hogy középen narancsos vagy csokis muffin van.

1. eset: Középen narancsos muffin van:

A szélén körben 2 narancsos és 4 csokis muffin van. A 2 narancsos között 0, 1 vagy 2 csokis lehet. Ha már 3 csokis lenne köztük, akkor a másik oldalon csak 1 lenne, és azt már felsoroltuk. Ezért ez 3 lehetőség.

3 pont

2. eset: Középen csokis muffin van:

A szélén körben 3 narancsos és 3 csokis van.

Lehet egymás mellett a 3 narancsos és a 3 csokis is.

Lehetnek felváltva a narancsosak és a csokisak.

Lehet úgy, hogy két csokis van egymás mellett, egy külön. Az egy csokis baloldalán egy narancsos, jobboldalán két narancsos, vagy fordítva.

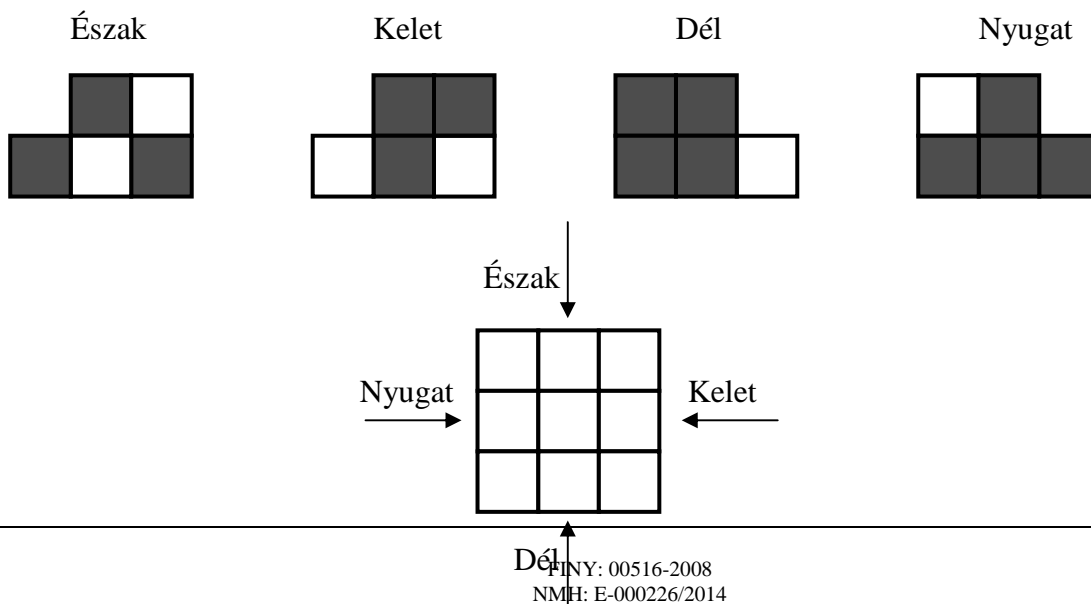
Ez így 4 lehetőség.

4 pont

Összesen  $3 + 4 = 7$  lehetőség van.

Ha a versenyző kevesebb lehetőséget talált, de nem írt rosszat, akkor annyi pontot kapjon, ahány lehetőséget megtalált. Ha ugyanazt többször is lerajzolta, 1 pontot vonjunk le, ha a feltételeknek nem megfelelőt is rajzolt, azért is vonjunk le 1 pontot.

5. Kubik építőmester egy építmény kicsinyített mását készíti el úgy, hogy egyforma méretű szürke és fehér kiskockákat rak egymásra. Az építmény alaprajzát egy olyan négyzetbe lehet berajzolni, amelynek minden oldalára három kiskocka fér (nem biztos, hogy minden helyen áll kiskocka). Az építmény képe Észak, Kelet, Dél és Nyugat felől az ábrán látható (egy kiskocka oldalról akkor is egy négyzetnek látszik, ha nem az alaprajz szélső négyzetén áll, de előtte nem áll másik kiskocka).





## TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.  
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176  
E-mail: [titnet@webinform.hu](mailto:titnet@webinform.hu); Honlap [www.titnet.hu](http://www.titnet.hu)  
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

a) Legtöbb hány kiskockából állhat az építmény kicsinyített mása?

Írd be az alaprajz négyzeteibe, hogy hány kiskocka áll ekkor egymás tetején az egyes négyzeteken! Rajzold le az építmény két szintjét jelölve az irányokat, és színezd be a szürke kockákat mindkét szinten!

b) Írd be az alaprajz négyzeteibe, hogy hány kiskocka áll egymás tetején az egyes négyzeteken, ha az építmény a lehető legkevesebb kiskockából áll!

### Megoldás:

a) Ha a lehető legtöbb kiskockát használja, akkor az alsó szinten 9 kocka van, a felsőn pedig 4, mert délről nézve a jobb szélső sávban üres a második szint, keletről nézve pedig a bal szélső sáv üres, így a felső szintre rakható 9 kockából 5 biztosan hiányzik. Az építmény ÉK-i sarkában nem állhat kocka, mert az É-ről szürke, K-ről fehér kellene legyen, az viszont nem lehet. Tehát az építmény 12 kiskockából áll, ha a lehető legtöbb kiskockából áll.

2 pont

2	2	0
2	2	1
1	1	1

Ha a lehető legtöbb kiskockát használta Kubik mester, akkor

az alsó szinten levő szürke kiskockák:

		X

a felső szinten levő szürke kiskockák:

		X
		X
X	X	X

2 pont

b) Ha a lehető legkevesebb kiskockából épít, akkor azokat a kockákat hagyhatja el, amelyek a saját színükkel egyező színűt takarnak, és nincs rajtuk elhagyhatatlan kocka, így a következőt kapja:

2	2	0
2	0	1
0	1	1

3 pont

Ha a lehető legkevesebb kiskockát használta Kubik mester, akkor

az alsó szinten levő kiskockák:

		X
	X	
X		

a felső szinten levő kiskockák:

		X
	X	X
X	X	X