TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

47. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ II. forduló

Javítókulcs

4. osztály

1. Andris, Bori, Csilla és Dorka a Kalmár László Matematikaverseny döntőjére utazik vonattal. A vonaton egy négyes ülést foglaltak le, Andrisé az 1-es, Borié a 2-es, Csilláé a 3-as, Dorkáé a 4-es helyjegy. Andris érkezik először, nem tudja, melyik az ő helye, leül valamelyik helyre a négy közül. Ezután sorban Bori, majd Csilla, végül Dorka érkezik. Ők tudják, melyik a helyük, és ha még szabad, akkor odaülnek. Ha a helyük már foglalt, akkor választanak maguknak egy helyet a még szabad helyek közül. Hányféleképpen ülhetnek le a négy helyre? Sorold fel a lehetőségeket!

Megoldás:
Ha Andris az 1. helyre ül, akkor mindenki a saját helyére ül: ABCD.
Ha Andris a 2. helyre ül, akkor Bori ülhet az 1., a 3. és a 4. helyre.

Ha Bori az 1. helyre ül, akkor a többiek a saját helyükre ülnek: BACD.
Ha Bori a 3. helyre ül, akkor Csilla ülhet az 1. vagy a 4. helyre: CABD; DABC.
Ha Bori a 4. helyre ül, akkor Csilla a saját helyére ül, Dorka pedig a kimaradó helyre: DACB.

Ha Andris a 3. helyre ül, akkor Bori a saját helyére kell üljön, Csilla ülhet az 1. vagy a 4. helyre.

Ha Csilla az 1. helyre ül, akkor Dorkának megmarad a saját helye: CBAD.
Ha Csilla a 4. helyre ül, akkor Dorkának az 1. hely marad: DBAC.

Ha Andris a 4. helyre ül, akkor Bori és Csilla is a saját helyére ül, Dorkának pedig marad az 1. hely: DBCA.
Összesen 8-féleképpen ülhetnek le a gyerekek a négy helyre.

A helyes lehetőségek felsorolása 7 pont.
A versenyző annyival kevesebb pontot kapjon 7-nél, ahány lehetőséget kihagyott, és ahány rossz sorrendet felírt.

2. Guszti egy igaz egyenlőséget írt be a számológépébe. A vele szemben ülő Villő fejjel lefele látta a kijelzőt, és ő is igaz egyenlőséget látott.
Guszti leírta papírra az általa a számológépbe írt egyenlőséget, ám az egyenlőségjel baloldalán egy háromszöggel, a jobboldalán egy körrel egy-egy kétjegyű számot letakart. Ezt látod itt:

$$55 + \triangle + 16 = 12 + 56 + \bigcirc$$

Írj az üres háromszögbe és a körbe kétjegyű számokat úgy, hogy Guszti is, és Villő is igaz egyenlőséget lásson! Keresd meg az összes megoldást! A megoldásokat Guszti felől nézve add meg!

Az NTP-TMV-17-0114. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma és a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

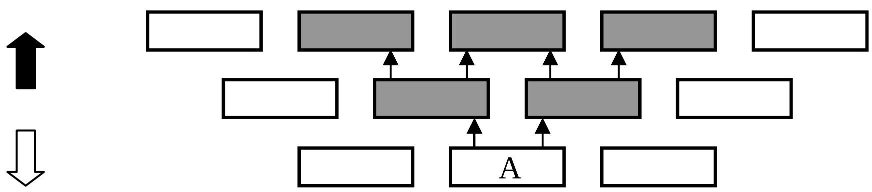
Az alábbi ábrán látható, hogy a számológép kijelzőjén milyen alakúak a számjegyek.

Megoldás:
Guszti felől: 71 + Δ = O + 68, azaz a O 3-mal nagyobb a Δ-nél.
Villő felől: pedig 146 + Δ = O + 116, azaz a O 30-cal nagyobb a Δ-nél.
Vagyis a O-be és a Δ -be írt számok különbsége egyik irányban 3, másik irányban 30.
Tízes átlépés nem lehet, így a két számban a tízes helyi értéken ugyanaz a számjegy áll.
A 6 és a 9 nem szerepelhet az egyes helyi értéken, csak olyan számjegyek, amelyek fejjel lefele ugyanazok, mert pl. 16 és 19 fejjel lefele 91 és 61, vagyis nem a kör a nagyobb.
Így a megoldások Guszti felől nézve:

Δ	15	25	55	65	85	95	12	22	52	62	82	92
O	18	28	58	68	88	98	15	25	55	65	85	95

Összes jó megoldás megtalálása 7 pont.
Jó észrevételek 1 pont. Egy jó megoldás megtalálása 2 pont. 2-4 jó megoldás 3 pont.
5-6 jó megoldás 4 pont. 7-9 jó megoldás 5 pont, 10-11 jó megoldás 6 pont.

3. Bálint az iskolai *Dominónapra* készülve gyakorolja a dominók rakását. A dominókat úgy kell felállítani, hogy ha egy ledől, akkor mindet ledönti, amelyikhez ledőlve hozzáér. Az ábrákon felülről látjuk az álló dominókat, és a dominókat a sötét vagy a világos nyíl irányába lehet dönteni. Például ha az ábrán az A jelű dominót a sötét nyíl irányába döntjük, akkor a szürke dominókat dönti le.



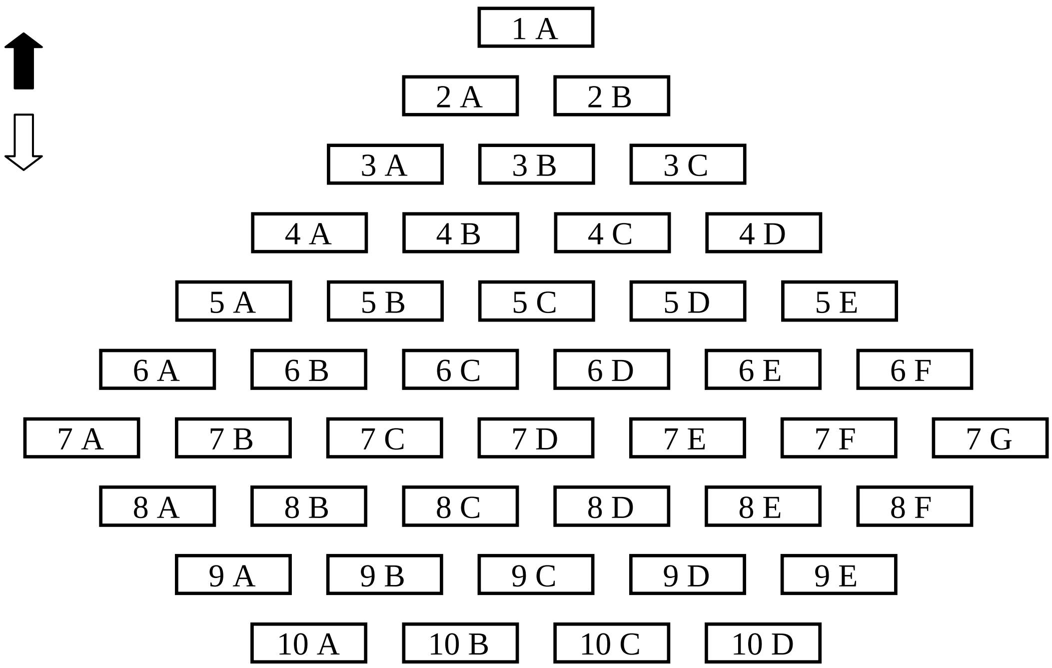
Az NTP-TMV-17-0114. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma és a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

Nemzeti Tehetség Program
Emberi Erőforrások Minisztériuma
Emberi Erőforrás Támogatáskezelő
Nemzeti Kulturális Alap

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

Bálint az ábrán látható alakzatba állította fel a dominókat. Bálint egy dominót eldönt valamelyik irányba, és megszámolja, hogy az általa ledöntött dominóval együtt hány dominó dőlt el. Melyik dominót döntse el Bálint, és melyik irányba, hogy éppen 24 dominót számoljon össze?



Megoldás:
Felfele, a sötét nyíl irányába a 9B és a 9D dominó eldöntésével dől el összesen 24 dominó Ferdén nézve egy 4 sorból és 6 oszlopból álló tömbben vannak a ledőlő dominók, így látható, hogy más dominót felfele döntve ez nem érhető el.
Lefele, a világos nyíl irányába a 4B és a 4C dominó eldöntésével dől el összesen 24 dominó.
A 6. sor alatt összesen 22 dominó van, így 6. sorbeli dominó ledöntésével nem dőlhet el 24 dominó.
Az 5. sorbeliek közül csak a szélsőt nem dönti el a 4B vagy a 4 C, így az 5. sorbeli dominók csak kevesebb dominót dönthetnek le, mint a 4B.
A 3. sorbeli dominók ledöntik 4B-t vagy 4C-t, így biztosan több dominót döntenek le, mint a 4B.
Tehát pontosan 24 dominó dől el, ha a 9B vagy a 9D dominót a sötét nyíl irányába döntjük, vagy a 4B vagy a 4C dominót a világos nyíl irányába döntjük.

A helyes válasz irányokkal együtt 7 pont.
Ha a versenyző rossz választ is írt, akkor ezek számával kevesebb pontot kapjon.
A versenyző annyiszor 2 ponttal kevesebb pontot kapjon, ahány lehetőséget (dominó és irány) kihagyott.
0-nál kevesebb pontot nem kaphat.

Az NTP-TMV-17-0114. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma és a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

Nemzeti Tehetség Program
Emberi Erőforrások Minisztériuma
Emberi Erőforrás Támogatáskezelő
Nemzeti Kulturális Alap

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

4. A kosárlabda bajnokságban a Villámkezűek csapata legutóbbi győztes meccsén 75 pontot dobott az ellenfélnek. A végén összeszámolták, ki hány pontot dobott, és sorba állították a játékosokat a dobott pontjaik száma szerint. Legtöbb pontot Gabi dobta, utána Zsuzsi, a harmadik Zsófi lett. A többiek az összes pont ötödét dobták. Gabi 11 ponttal többet dobott, mint Zsuzsi. Zsófi harmadannyit dobott, mint Gabi és Zsuzsi együtt. Hány pontot dobott Gabi, Zsuzsi és Zsófi külön-külön? (Megoldásodat indokold!)

Megoldás:
A többiek az összes pont ötödét, azaz 75 : 5 = 15 pontot dobtak, így Gabi, Zsuzsi és Zsófi együtt 75 – 15 = 60 pontot dobott. *1 pont*
Mivel Zsófi harmadannyit dobott, mint Gabi és Zsuzsi együtt, ezért Zsófi a pontok negyedét: 60 : 4 = 15 pontot dobott, Gabi és Zsuzsi együtt pedig 45 pontot.
2 pont
Mivel Gabi 11-gyel többet dobott Zsuzsinál, ezt kivonva a 45-ből, a maradék 34 ponton egyenlően osztoznak, így Zsuzsi 34 : 2 = 17 pontot dobott, Gabi pedig 17 + 11 = 28 pontot.
2 pont
Ellenőrzés: 15 + 15 + 17 + 28 = 75, a dobott pontok megfelelnek a sorrendnek is. *1 pont*
Válasz: Gabi 28, Zsuzsi 17 Zsófi pedig 15 pontot dobott. *1 pont*

A helyes megoldás indoklással 7 pont.
Csak válasz ellenőrzéssel 3 pont.

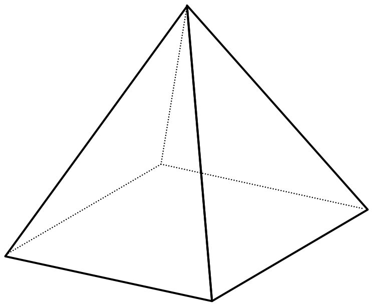
5. Egy gúla minden csúcsában ül egy-egy törpe. A gúlának egy négyzet lapja és négy darab háromszög lapja van az ábra szerint. Két törpe szomszédos, ha egy él köti össze a csúcsokat, ahol ülnek. Minden törpe vagy mindig igazat mond, vagy mindig hazudik, de tudjuk, hogy biztosan van köztük igazmondó törpe. Minden törpét megkérdeztünk, hogy hány igazmondó szomszédja van. Hány olyan törpe lehet, akik azt mondták, hogy pontosan egy igazmondó szomszédjuk van, ha mindegyik törpe tudja mindegyik másikról, hogy igazmondó vagy hazug? Sorold fel az összes esetet! Mindegyik esethez tartozzon egy gúla, amelynek csúcsait betűzd meg a következőképpen: a csúcshoz írj I betűt, ha abban a csúcsban igazmondó törpe ül és H-t, ha hazug. Karikázd be azoknak a csúcsoknak a betűjelét, amelyekben ülő törpe mondhatta, hogy pontosan egy igazmondó szomszédja van!

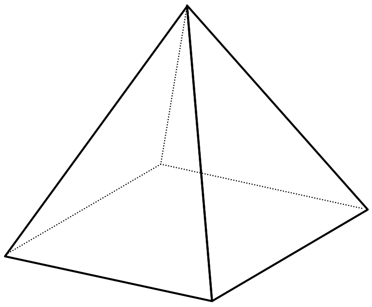
Az NTP-TMV-17-0114. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma és a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

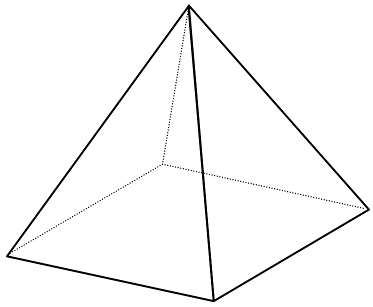
Nemzeti Tehetség Program
Emberi Erőforrások Minisztériuma
Emberi Erőforrás Támogatáskezelő
Nemzeti Kulturális Alap

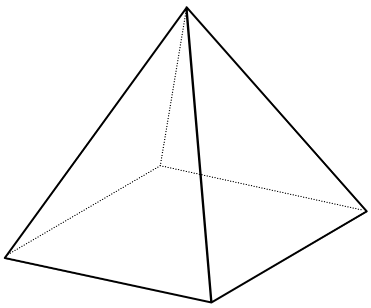
TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

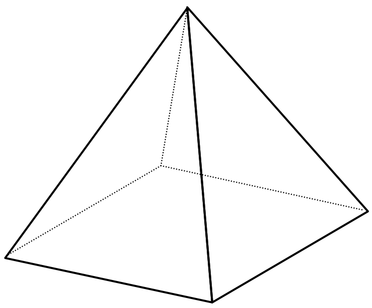
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

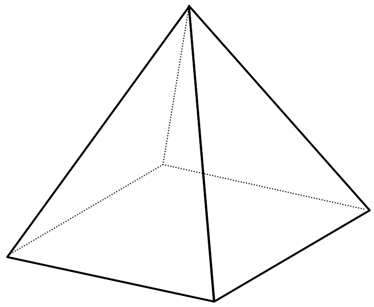






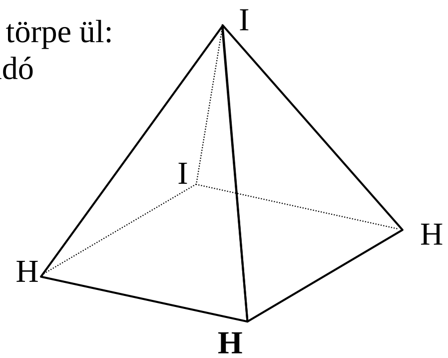






Megoldás:
Legfeljebb 4 olyan törpe lehet, aki azt mondhatják, hogy pontosan egy igazmondó szomszédja van.

1. eset: Ha a háromszög lapok közös csúcsában igazmondó törpe ül:



Ahhoz, hogy ő azt mondhassa, hogy pontosan egy igazmondó szomszédja van, az alaplapon egy igazmondó törpe kell üljön, és 3 hazug. Ekkor az egyik hazug törpének tényleg 1 igazmondó szomszédja van, mivel hazudnia kell, ezért nem mondhatja, hogy egy igazmondó szomszédja van. Ekkor 4-en mondhatják azt, hogy pontosan egy igazmondó szomszédjuk van. Ha a felső csúcsban ülő törpének nem egy igazmondó szomszédja van, akkor már biztosan nem lehet 4-nél több törpe, aki mondhatja, hogy egy igazmondó szomszédja van.

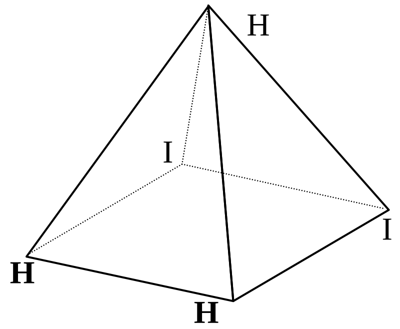
Az NTP-TMV-17-0114. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma és a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

Nemzeti Tehetség Program
Emberi Erőforrások Minisztériuma
Emberi Erőforrás Támogatáskezelő
Nemzeti Kulturális Alap

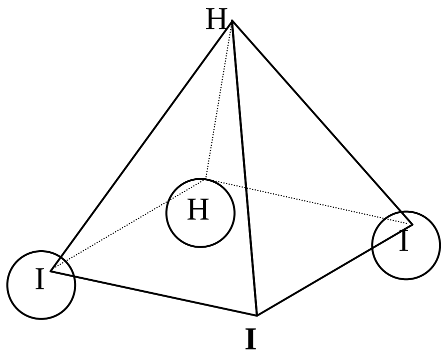
TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

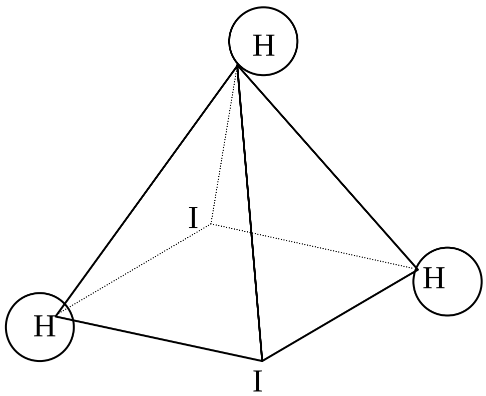
2. eset: Ha a háromszög lapok közös csúcsában hazug törpe ül. Mivel tudjuk, hogy van igazmondó törpe, ahhoz hogy ez a hazug törpe hazudhasson, kell legyen két igazmondó törpe a négyzet lap csúcsaiban, akik szomszédosak, hogy mondhassák, hogy egy igazmondó szomszédjuk van. Ekkor azonban a másik két törpének hazugnak kell lenni. Nekik valóban egy igazmondó szomszédjuk van, így nem mondhatják, hogy egy igazmondó szomszédjuk van.



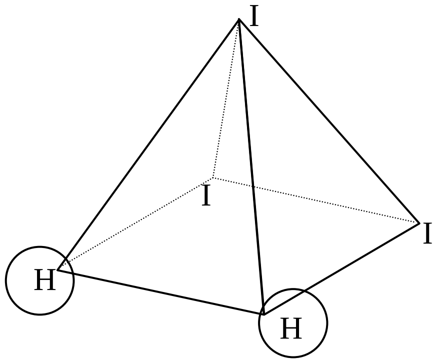
Ha a négyzet lap csúcsaiban 3 igazmondó törpe ül, akkor egyiküknek két igazmondó szomszédja van, de rajta kívül mindenki más mondhatja, hogy egy igazmondó szomszédja van.
Ha a négyzet lap csúcsaiban 4 igazmondó törpe ül, akkor egyikük sem mondhatja, hogy egy igazmondó szomszédja van.
Tehát most sem lehet 4-nél több olyan törpe, akik mondhatják, hogy egy igazmondó szomszédjuk van.



3 törpe mondhatta, hogy pontosan egy igazmondó szomszédja van:



2 törpe mondhatta, hogy pontosan egy igazmondó szomszédja van:



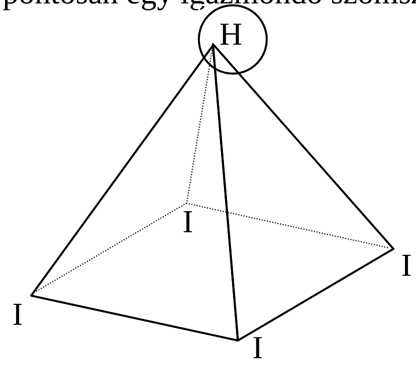
Az NTP-TMV-17-0114. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma és a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

Nemzeti Tehetség Program
Emberi Erőforrások Minisztériuma
Emberi Erőforrás Támogatáskezelő
Nemzeti Kulturális Alap

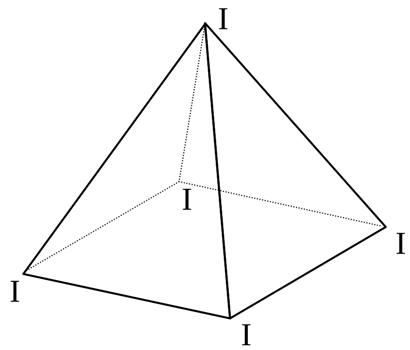
TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

1 törpe mondhatta, hogy pontosan egy igazmondó szomszédja van:



0 törpe mondhatta, hogy pontosan egy igazmondó szomszédja van:



Helyes elrendezés

4 törpére	*2 pont*
3 törpére	*2 pont*
2 törpére	*1 pont*
1 törpére	*1 pont*
0 törpére	*1 pont.*

Ha a versenyző azt írta, hogy 5 törpe is mondhatta, hogy pontosan egy igazmondó szomszédja van, akkor 1-gyel kevesebb pontot kapjon, de 0-nál kevesebb pontot nem kaphat!

Az NTP-TMV-17-0114. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma és a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.