



47. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVESENY ORSZÁGOS DÖNTŐ I. forduló

Javítókulcs

4. osztály

1. Gergő egy piros, egy fehér és egy zöld szabályos dobókockával dobott egy-egy számot, majd háromjegyű számot alkotott a számjegyekből: a piros kockával dobott számjegy került a százasként, a fehérrel dobott a tízes, a zölddel dobott az egyes helyi értékre. (A szabályos dobókocka lapjai 1-től 6-ig pöttyözöttek és a szemközti lapokon levő pöttyök számának összege 7.) A fehér kockával dobott szám nem nagyobb se a piros, se a zöld kockával dobott számnál, és van két kocka, amelyekkel azonos számokat dobott. Hányféle lehet Gergő száma, ha tudjuk, hogy páratlan, és számjegyeinek összege legfeljebb 10? Sorold fel a számokat!

Megoldás:

A számjegyeket dobókockával dobta, ezért számjegy csak 1, 2, 3, 4, 5 vagy 6 lehet.

A háromjegyű szám páratlan: utolsó számjegye 1, 3 vagy 5.

Van két azonos számjegye.

A középső számjegynél nincs kisebb számjegy.

A számjegyek összege legfeljebb 10.

1. eset: mindhárom számjegy azonos: 111, 333.

2. eset: csak az első és a harmadik számjegy azonos: 313, 323.

3. eset: csak az első és a második számjegy azonos: 113, 115, 223, 225.

4. eset: a második és a harmadik számjegy azonos: 211, 311, 411, 511, 611, 433.

Összesen 14 db szám lehet Gergő száma.

A helyes megoldás rossz számok felsorolása nélkül 7 pont.

12-13 jó szám 6 pont

10-11 jó szám 5 pont

8-9 jó szám 4 pont

6-7 jó szám 3 pont

4-5 jó szám 2 pont

2-3 jó szám 1 pont

Ha a versenyző rossz számokat is felsorolt, akkor annyival kevesebb pontot kapjon, ahány feltételt nem vett figyelembe.



2. Egy parkban embereket, kutyákat és macskákat láttam. Összeszámoltam a fejeket, az emberek lábait, az állatok mellső és hátsó lábait, és így összesen 116-ot kaptam. Nyolc embert láttam kutya nélkül, a többiek egy-egy kutyát sétáltattak, és mindegyik kutyának volt gazdája. Hány macskát, kutyát és embert láttam, ha háromszor annyi macska volt, mint kutya? (Megoldásodat indokold!)

Megoldás:

A 8 kutya nélküli embernek $8 \cdot 3 = 24$ feje és lába van, így a többieknek $116 - 24 = 92$ marad.

Ezután egy emberre egy-egy kutya jut, és minden kutyára 3 macska, így egy csoportban egy ember, egy kutya és 3 macska van, akiknek összesen $3 + 5 + 3 \cdot 5 = 23$ feje és lába van.

$92 : 23 = 4$ ilyen csoport van, ezért $4+8=12$ embert, 4 kutyát és $3 \cdot 4=12$ macskát láttam.

Ellenőrzés: $12 \cdot 3 + 4 \cdot 5 + 12 \cdot 5 = 36 + 20 + 60 = 116$.

Válasz: 12 embert, 4 kutyát és 12 macskát láttam.

A helyes megoldás indoklással 7 pont. Bármely más helyes indoklás is elfogadható.

A megoldás részeire részpontok adhatók, az ellenőrzés 1 pontot ér.

Ha a versenyző csak a műveleteket írta le, és nem derül ki, hogy mit számolt, akkor 5 pontot kapjon.

Ha csak a végeredményt írta le ellenőrzéssel, akkor 3 pontot kapjon.

3. Írj az 5x5-ös táblázat minden kis négyzetébe egy-egy számot az 1, 2, 3, 4, 5 számok közül úgy, hogy egyik sorban és egyik oszlopban se legyen két egyforma szám! Néhány helyen két négyzet közös oldalára egy körbe egy számot írtunk. Ez azt jelenti, hogy a két négyzetbe olyan számokat kell írjál, amelyek szorzata a körbe írt szám.

				6
	4			15
2				
		8		
			6	12

Megoldás:

A négyzetekbe 1-5-ig kerülhetnek számok.

Az 1. sor 5. négyzetébe csak olyan szám kerülhet, ami a 6-nak és a 15-nek is osztója, ez csak a 3 lehet. Így az 1. sor 4. száma a 2, a 2. sor 5. száma az 5.

A 2. sor 2. száma 1 vagy 2 lehet, de 2 esetén a 2. oszlop 1. száma is 2 lenne, viszont egy oszlopban nem lehet két egyforma szám. Így a 2. sor 2. száma az 1, a 2. sor 1. száma a 2 és az 1. sor 2. száma 4. Ezután a 3. sor 2. száma csak a 2, a 3. száma csak a 4 lehet.

5	4	1	2	6	3
	4				15
2	2	1	3	4	5
3	2	8	4	5	1
4	3	5	1	2	
1	5	2	6	3	12

Az 5. sor 4. négyzetébe csak a 3 kerülhet (1, 2, 6 nem lehet), így a 3. négyzetbe a 2, az 5. négyzetbe a 4 jut.
Ezután a sudoku szabályai szerint folytatjuk a kitöltést.

Az 5. sor 2. száma csak 5, így 1. száma csak 1 lehet. Az 5. oszlop 3. száma csak 1, így 4. száma csak 2 lehet.

A 2. oszlopból a 3-as hiányzik.

A 3. sor 4. száma csak az 5 lehet, így az 1. szám a 3.

Az 1. sor 1. száma csak 5 lehet, így a 3. szám az 1. Az 1. oszlop 4. száma pedig a 4.

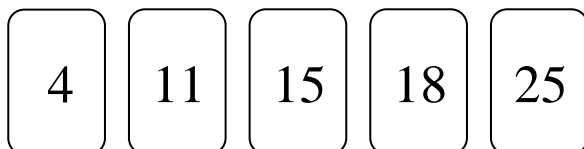
A 2. sor 3. száma 3, 4. száma 4.

A 4. sorból hiányzó számok az 5 és az 1.

A táblázat helyes kitöltése 7 pont.

A sorzatoknak megfelelő számok helyes beírása 4 pont, a táblázat kitöltésének befejezése 3 pont.

4. Andris, Berci és Csabi kirakott öt számkártyát:



Andris titokban kiválasztott két számkártyát, majd Bercinek megmondta a számok különbségét (a nagyobb számból kivonva a kisebbet), Csabinak az összegét. Ezután megkérdezte tőlük, tudják-e, mely számokat választotta.

Csabi: „Tudom a számok összegét, de a számokat nem tudhatom.”

Berci: „Tudom a számok különbségét, ebből először én sem tudhattam a számokat, de most, hogy tudom, hogy Csabi nem tudja, én már tudom.”

Csabi: „Most már én is tudom!”

Melyik két számot választotta Andris? (Megoldásodat indokold!)

Megoldás:

Csabi azért nem tudta a választott számokat, mert a hallott összeg többféleképpen is előáll két számkártyára írt szám összegeként. Az egyetlen ilyen összeg a $29 = 11 + 18 = 4 + 25$.

Mivel Berci sem tudta a különbségből a választott számokat, ezért a különbség is többféleképpen előáll számkártyákra írt számok különbségeként. Már csak a $18 - 11 = 7$ és a $25 - 4 = 21$ különbségeket kell megnézni, hogy van-e párjuk.

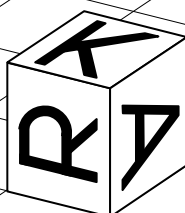
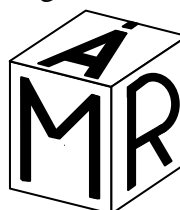
A $7 = 25 - 18 = 11 - 4$, a 21 különbség viszont nincs más számok között, így Andris a 11-es és a 18-as számkártyát választotta.

A helyes megoldás indoklással 7 pont.

A helyes választ indoklás nélkül 3 pont.



5. Az ábrán egy kockát látunk három különböző nézetből. A kockát rátettük egy négyzetrácsra az ábrán látható módon. A négyzetrácson álló kockát a négyzetrácson görgetjük úgy, hogy egy gördítés során egy élén átfordítva egy szomszédos négyzetre kerül a kocka. A görgetés során mindig leírjuk a kocka felső lapján látható betűt. Rajzold be a négyzetrácsba a kocka útját, ha végül a KALMÁR szót kapjuk!



Megoldás:

A rácson álló kockán az A-val szemben az Á, a K-val szemben az M, az R-rel szemben az L betű áll. A KALMÁR szót kapjuk, ha a kockát először balra, majd előre, balra, előre, balra görgetjük.

A helyes útvonal bejelölése 7 pont.