



48. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVESENY

Országos döntő - 2. nap – 2019. május 25.

NEGYEDIK OSZTÁLY

MEGOLDÁSOK

1. Mókus Marci hét odúba teszi egyesével az összegyűjtött mogyorókat, az odúk 1-től 7-ig számozottak. Az első mogyorót az 1. odúba, a második mogyorót a 2. odúba, és így tovább, a hetedik mogyorót a 7. odúba teszi. Ezután visszafordul, a nyolcadik mogyorót a 6. odúba, a kilencediket az 5. odúba teszi, a tizenharmadikat az 1.-be a tizennegyedik mogyorót a 2. odúba, és így tovább. Hányadik odúba teszi a 2019. mogyorót? Hány mogoró lesz ekkor ebben az odúban?

Megoldás:

Odúk	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Mogorók	1	2	3	4	5	6	7
		12	11	10	9	8	
	13	14	15	16	17	18	19
		24	23	22	21	20	
	25	26	27	28	29	30	31

Egy oda-vissza körben 12 mogyorót helyez el Mókus Marci a 7 odúban, az 1. és a 7. odúba 1-1, a többibe 2-2 mogyoró kerül.

3 pont

A $2019 = 168 \cdot 12 + 3$, ezért 2019 mogyorót 168 oda-vissza körben tud elhelyezni, és még marad 3 mogyoró,

2 pont

így a 2019. mogyoró a 3. odúba kerül.

1 pont

A 3. odúban ekkor $2 \cdot 168 + 1 = 337$ mogyoró lesz.

1 pont

Megjegyzés: Végül az 1. odúban 169 mogyoró lesz, a 7. odúban 168, a 2. és 3. odúban $2 \cdot 168 + 1 = 337$, a 4. 5. és 6. odúban pedig $2 \cdot 168 = 336$ mogyoró lesz.



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titkarsag@fitnet.hu; Honlap: www.fitnet.hu; www.ixam.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



2. A 8; 6; 1; 2; 3; és 3 számkártyákból rakj ki három darab kétjegyű számot úgy, hogy a három kétjegyű szám összege páros legyen! Mennyi lehet a három kétjegyű szám összege?

Megoldás:

A három kétjegyű szám összege úgy lesz páros, ha az egyes helyi értéken vagy a három páros számjegy szerepel vagy két páratlan és egy páros. 2 pont

Az összeget egyértelműen meghatározza, hogy mely számjegyek vannak az egyes és melyek a tízes helyi értéken. 2 pont

Ez alapján a lehetőségek:

Egyesek	8; 6; 2	8; 3; 3	8; 1; 3	6; 3; 3	6; 1; 3	2; 3; 3	2; 1; 3
Tízesek	1; 3; 3	1; 2; 6	3; 2; 6	1; 2; 8	3; 2; 8	1; 6; 8	3; 6; 8
Összeg	86	104	122	122	139	158	176

Látható, hogy a táblázatban két összeg megegyezik, így 6-féle összeget kaphatunk: 86; 104; 122; 139; 158 és 176. 3 pont

A helyes összegek felsorolása, ha nem indokolja, hogy nincs több 6 pont, helyes összegenként 1 pont.

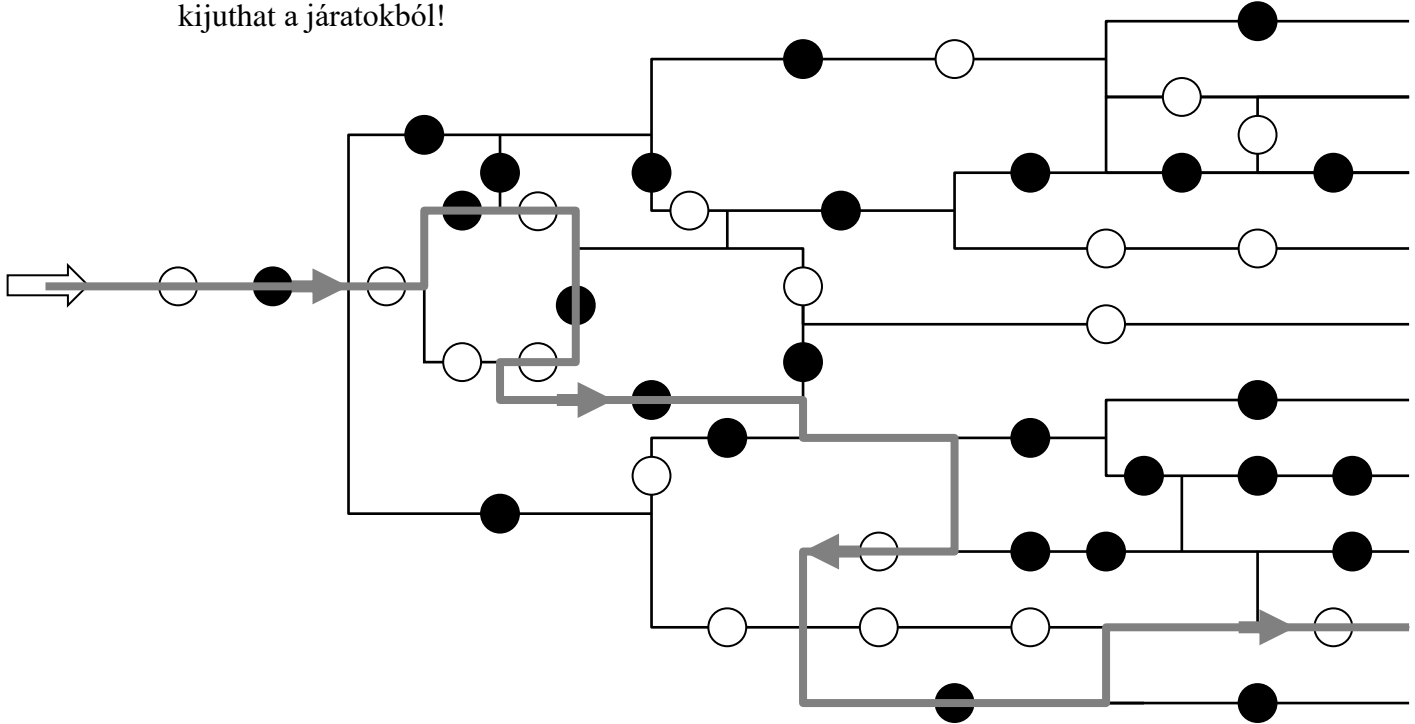
Ha helytelen összeget is ír, számolási hibaért ne vonjunk le pontot, ha az összeadandók jók, akkor kapja meg a pontot.

Ha nem vette figyelembe, hogy az összeg páros kell legyen, akkor 1-gyel kevesebb pontot kapjon.

Az NTP-TMV-18-0024. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.



3. Egy egér az ábrán látható járatokban a nyíllal jelzett irányba indul. A fehér karika nyitott, a fekete karika zárt ajtót jelent. Miután az egér átmegy egy nyitott ajtón, az összes nyitott ajtó bezárul és az összes addig zárt ajtó kinyílik. Rajzold be azt az útvonalat, amelyn az egér kijuthat a járatokból!



Megoldás:

A járatokon az egér úgy tud közlekedni, ha felváltva sötét és világos ajtókat figyel, mert ha átmegy egy világos, azaz nyitott ajtón, akkor a következő fekete, azaz korábban zárt ajtó kinyílik, és tovább tud haladni.



4. Négy testvér, Anna, Botond, Csaba és Dorka hétvégén a nagymamánál epret szüreteltek. Összeszámolták, hogy hétvégén négyen összesen 72 szem epret ettek, ami éppen kétszerese az életkoruk összegének. Tudjuk, hogy a lányok együtt ugyanannyi epret ettek, mint a két fiú együtt. Az idősebb fiú 3 évvel fiatalabb Annánál, és feleannyi epret evett, mint Csaba. Dorka 10-zel kevesebb epret evett, mint Anna, és feleannyi idős, mint Botond. A két fiú között két év a korkülönbség. Ki hány éves, és hány szem epret evett?

Megoldás:

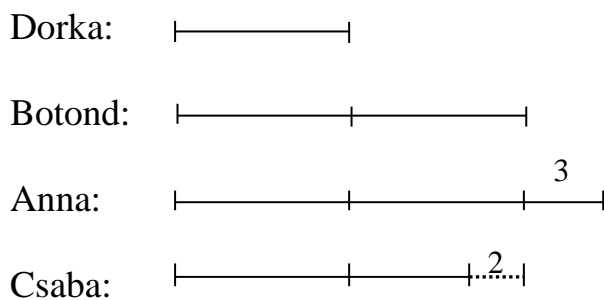
A megevett eprek száma kétszerese az életkorok összegének, így $72 : 2 = 36$ év az életkorok összege.

A lányok együtt ugyanannyi epret ettek, mint a fiúk, ezért a lányok is és a fiúk is $72 : 2 = 36$ epret ettek.

Dorka 10-zel kevesebb epret evett, mint Anna, együtt 36 epret ettek, így Dorka $(36 - 10) : 2 = 13$ szem epret evett, Anna pedig $13 + 10 = 23$ szemet.

Botond az idősebb fiú, mert feleannyi epret evett, mint Csaba. Ketten együtt 36 szemet ettek, így Botond $36 : 3 = 12$ szemet, Csaba pedig $2 \cdot 12 = 24$ szem epret evett.

Az életkorokat szakaszokkal ábrázolva:



Az ábráról leolvasható, hogy ha az életkorok összegéhez, a 36-hoz 2-t hozzáadunk és 3-at elveszünk belőle, akkor éppen Dorka életkorának 7-szeresét kapjuk.

Tehát $(36 + 2 - 3) : 7 = 5$ éves Dorka.

Így Botond 10 éves, Anna 13, Csaba pedig 8 éves.

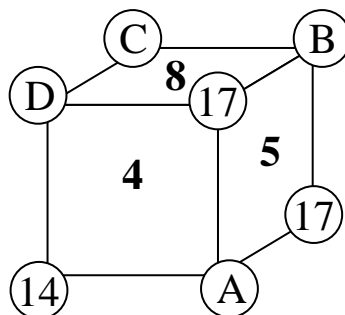
Ellenőrzés: $5 + 10 + 13 + 8 = 36$.

Tehát Dorka 5 éves és 13 szem epret evett, Anna 13 éves és 23 szem epret evett. Csaba 8 éves és 24 szem epret evett. Botond 10 éves és 12 szem epret evett.

Az életkorok helyes meghatározása 4 pont, a megevett eprek számának helyes meghatározása 3 pont.



5. Egy kocka lapjaira egy-egy számot írtunk az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 és 10 számok közül. A kocka lapjaira írt számok között nincs két egyforma. Ezután a csúcsokba az ott található három lapra írt számok összegét írtuk: például $17 = 4 + 5 + 8$. Mely számokat írtuk a kockának az ábrán nem látható lapjaira, és mely számok kerültek az A, B, C és D csúcsokba?



Megoldás:

A 4-es és 5-ös lap közös szomszédja a kocka alsó lapja. Az erre írt szám szerepel a 14-ben és a 17-ben is összeadandóként, ezt keressük először.

A 14-et előállítjuk a 4-nek és két másik lehetséges számnak az összegeként.

$$14 = 4 + 3 + 7$$

$14 = 4 + 4 + 6 = 4 + 5 + 5 = 4 + 2 + 8$ nem lehet, mert minden számból legfeljebb egy van, és a 8-as is már fel van írva a felső lapra, nem lehet másik lapon is.

A 17-et is előállítjuk az 5-nek és két másik számnak az összegeként.

$$17 = 5 + 3 + 9$$

$$17 = 5 + 2 + 10 = 5 + 4 + 8 = 5 + 5 + 7 = 5 + 6 + 6 \text{ nem lehet.}$$

Így a 4 és 5 közös szomszédja a 3, ez áll az alsó lapon.

$$\text{Így } A = 3 + 4 + 5 = 12.$$

A kocka baloldalán 7-es áll, a hátsó lapján pedig 9-es.

$$D = 7 + 4 + 8 = 19.$$

$$C = 7 + 9 + 8 = 24.$$

$$B = 5 + 8 + 9 = 22.$$

2 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont

1 pont