TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titkarsag@titnet.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.ixam.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

48. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő - 1. nap – 2019. május 24.

NEGYEDIK OSZTÁLY

MEGOLDÁSOK

1. A nemzetközi rollerverseny első négy helyezettje nevének kezdőbetűje: F, G, M, P. Mind a négyen különböző nemzetiségűek, G francia, P olasz, a harmadik versenyző német, a negyedik angol. Az angol kék pólót visel, P fehéret. A német negyedik lett, M harmadik. A második helyezett zöld pólót visel. Ki viseli a piros pólót? Ki nyerte a versenyt, ha tudjuk, hogy nem volt holtverseny?

Megoldás:
Írjuk táblázatba, mit tudunk:

Kezdőbetű	F	G	M	P
Nemzetiség		francia		olasz
Póló színe				fehér
Helyezés			3.	

A német negyedik lett, M harmadik, ezért M nem a német, csak az angol lehet, így F a német. Az angol kék pólót visel és a német a negyedik.

Kezdőbetű	F	G	M	P
Nemzetiség	német	francia	angol	olasz
Póló színe			kék	fehér
Helyezés	4.	2.	3.	

A 2. helyezett csak a francia lehet, mert ő zöld pólót visel, és a másik, akinek még nincs meg a helyezése, az fehér pólót visel.
Így a piros pólót csak F viselheti, és P nyerte a versenyt.

Kezdőbetű	F	G	M	P
Nemzetiség	német	francia	angol	olasz
Póló színe	piros	zöld	kék	fehér
Helyezés	4.	2.	3.	1.

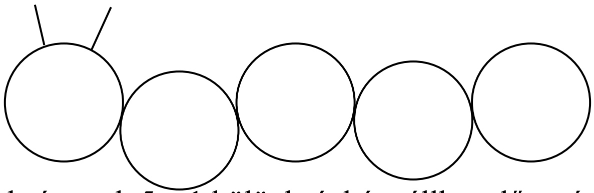
A teljes megoldás 7 pont.

Az NTP-TMV-18-0024. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titkarsag@titnet.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.ixam.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

2. Számkukac úgy rendezi el az 1; 2; 3; 4 és 5 számokat a köreiben, hogy minden körbe egy számot tesz, és a szomszédos körökben levő számok különbsége mind különböző. (A különbséget mindig úgy számolja, hogy a nagyobb számból vonja ki a kisebbet.) Írd le a számok összes lehetséges sorrendjét a fejétől a farkáig, ha se a legkisebb, se a legnagyobb szám nem került Számkukac fejébe!



Megoldás

A 4-es különbség csak 5 – 1 különbségként állhat elő, ezért az 1-es az 5-ös mellett van.
1-gyel és 5-tel nem kezdődhet, a számlánc.
Ha az 1 és 5 a második és harmadik, akkor az 1 előtt lehet a 4, akkor 4; 1; 5; 3; 2 a sorrend. Ha az 1 előtt a 3 lenne, akkor az 5 után a 2 kellene legyen a 3-as különbséghez, és akkor még egy 2-es különbség lenne, ezért ez nem lehet. Ha az 1 előtt a 2 lenne, akkor nem lehetne 3-as különbség. Így kapjuk a **4; 1; 5; 3; 2** sorrendet és a fordítottját a **2; 3; 5; 1; 4** sorrendet.
Ha az 5 és 1 a második és harmadik, akkor az 5 előtt lehet a 2, ekkor a **2; 5; 1; 3; 4** sorrend és a fordítottja a **4; 3; 1; 5; 2** sorrend is megfelelő. Ha az 5 előtt a 3 van, akkor az 1 után a 4 kellene legyen a 3-as különbséghez, de akkor lenne még egy 2-es különbség a 4 – 2, ezért ez nem lehet. Ha az 5 előtt a 4 van, akkor nem lehetne 3-as különbség.
Ha az 1 és 5 a negyedik és ötödik, akkor a 3-as különbség miatt az 1 előtt a 4 kell legyen, így a **3; 2; 4; 1; 5** sorrend megfelelő.
Ha az 5 és 1 a negyedik és ötödik, akkor a 3-as különbség miatt az 5 előtt a 2 kell legyen, így a **3; 4; 2; 5; 1** sorrend is megfelelő.
Tehát a fenti 6 lehetséges sorrendben írhatta be a számokat Számkukac a köreibe a feltételeknek megfelelően.

Mind a hat helyes sorrend felsorolása, ha rosszat nem sorolt fel: 7 pont.
Ezután annyival kevesebb pontot kapjon, ahánnyal kevesebb helyes sorrendet sorolt fel.
Ha rossz sorrendet is felsorolt, akkor annyival kevesebb pontot kapjon, ahány feltételt nem teljesítenek a felsorolt rossz sorrendek.

Az NTP-TMV-18-0024. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

Nemzeti Tehetség Program
Emberi Erőforrások Minisztériuma
Emberi Erőforrás Támogatáskezelő

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titkarsag@titnet.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.ixam.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

3. Az alábbi számláncban mindegyik jel egy számjegyet jelöl, különböző jelek különböző számjegyeket jelölnek. Ha két jelet egymás mellé írunk, akkor az kétjegyű számot jelent. Melyik jel melyik számjegyet jelöli?

□ $\xrightarrow{\cdot 2}$ ☺⊙ $\xrightarrow{+6}$ △△

⊙◆ $\xrightarrow{+1}$ ⊙☽ $\xrightarrow{+5}$ ⊠☼

□♥ $\xrightarrow{+7}$ ♪☼

Megoldás:

Egyjegyű szám kétszereséhez 6-ot adva legfeljebb 24-et kaphatunk, mert $2 \cdot 9 + 6 = 24$, így △△ csak 22 lehet. △ = 2, ☺ = 1, ⊙ = 6, □ = 8. *3 pont*

⊙=6 miatt ⊠=7. *1 pont*

⊙☽-hoz 5-öt adva átlépjük a kerek tízest, ezért ☽ legalább 5, és ◆ nála 1-gyel kisebb. Két egymás utáni számjegy, ami legalább 4 és még nem szerepelt csak a 4 és 5: ◆=4 és ☽=5, így ☼=0. *2 pont*
A harmadik sor alapján mivel □=8, ezért ♪=9 és mivel ☼=0, ezért ♥=3. *1 pont*

A 10 betű helyes megállapítása indoklás nélkül 5 pont.

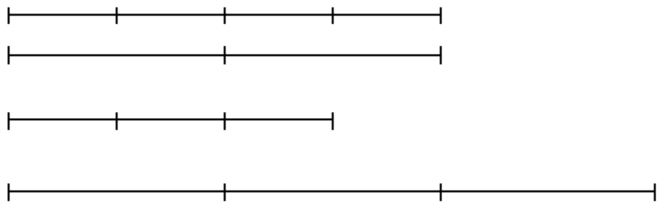
4. Két kosárban összesen 126 darab alma van. Ha az egyik kosárba még ugyanannyit tennénk, mint a benne lévő almák számának harmada, a másikból pedig kivennénk a benne levő almák harmadát, akkor mindkét kosárban ugyanannyi darab alma lenne. Hány darab alma van az egyik és a másik kosárban?

Megoldás:

Egyik kosár hozzátéve a harmadát:
Másik kosár elvéve a harmadát:

Egyik kosár:

Másik kosár:



A fenti ábrából látszik, hogy a második kosár harmada az első kosár harmadának kétszerese, így a két kosár összesen 9 kis szakasznak felel meg. A két kosárban 126 alma van, így egy kis szakasz $126 : 9 = 14$ almának felel meg.
Az egyik kosárban $3 \cdot 14 = 42$ alma van.
A másik kosárban $2 \cdot 42 = 84$ alma van.

Az NTP-TMV-18-0024. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titkarsag@titnet.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.ixam.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901
Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

Ellenőrzés: 42 + 84 = 126.
42 : 3 = 14, 42 + 14 = 56.
84 : 3 = 28, 84 – 28 = 56.
Teljes megoldás indoklással, a megoldás menetével 7 pont.
Csak válasz ellenőrzés nélkül 2 pont, ellenőrzéssel 4 pont

5. Berci és Marci számkártyákkal játszanak. Leraktak az asztalra 9 számkártyát az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokkal úgy, hogy mindegyik számkártyán látják a rajta levő számot. Felváltva húznak egy számkártyát az asztalról. Az a játékos nyer, akinek előbb lesz néhány olyan kártyája, amelyeken levő számok összege 15. Marci első lépésként kivette az 5-ös számkártyát. Ezután van-e olyan játékos, aki ha ügyesen játszik mindenképpen nyer, akármit is húz a másik játékos? Hogyan kell játszania ehhez? Miért?

Megoldás:
Az 1. játékos 5-ös húzása után ha a 2. játékos 8-ast húz, akkor nyer, ha jól játszik. *2 pont*

	1. játékos	2. játékos
	5	8
	7	3
	4	6
	9/1	1/9

2 pont

A 2. játékos 8-at húz, ezután az 1. kénytelen 7-et húzni (8+7 miatt).
Ezután az 2. kénytelen 3-at húzni (5+7+3 miatt).
Az 1. kénytelen 4-et húzni (8+3+4 miatt).
A 2. kénytelen 6-ot húzni (5+4+6 miatt, a 7+4 nem veszélyes, mert ahhoz 4 kellene, ami nincs még egy).
Ezután, ha az 1. játékos 9-et húz, akkor a 2. 6+8+1-gyel nyer.
Ha az 1. játékos 1-et húz, akkor a 2. 6+9-cel nyer.
Azaz a 2. játékos nyer, akármit lép az 1. játékos. *3 pont*

Megjegyzés: Ha a 2. játékos nem 8-at húz, akkor az 1. játékos tud úgy játszani, hogy nyerjen.
Nyerő stratégia indoklással 7 pont.

Az NTP-TMV-18-0024. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.