



50. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKÁVERSENY

Országos Döntő – 2021. május 29.
NEGYEDIK OSZTÁLY

MEGOLDÁSOK

1. Gabi összehasonlította négy edény: egy lábos, egy fazék, egy kancsó és egy tál tömegét. Üresen a fazék nehezebb a kancsónál, és a lábos nehezebb a fazéknál. Viszont a lábos és a fazék együtt is könnyebb a tálnál. Gabi mindegyiket teletöltötte vízzel, és így is megmérte őket. Vízzel telve a fazék és a lábos egyforma tömegű, a tál és a lábos is egyforma a tömegű, viszont a kancsó nehezebb a fazéknál.
- Állítsd növekvő sorba az üres edények tömegét, írd fel az edények nevét!
 - Állítsd növekvő sorba a tele edényekben levő víz mennyiségét, írd fel az edények nevét!

Megoldás:

- a) Az üres tömeg: kancsó < fazék < lábos. Mivel a fazék és a lábos együtt is könnyebb a tálnál, ezért a tál a legnehezebb. Tehát a tömeg szerinti növekvő sorrend:

$$\text{kancsó} < \text{fazék} < \text{lábos} < \text{tál}$$

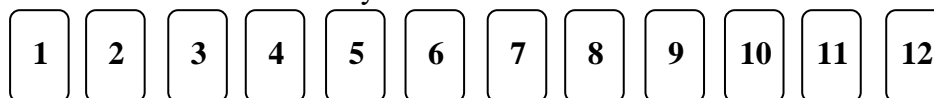
3 pont

- b) Vízzel telve a fazék és a lábos egyforma tömegű, üresen a lábos nehezebb, tehát a lábosban kevesebb víz van, mint a fazékban. Ugyanígy, mivel a lábos és a tál vízzel telve egyforma tömegűek, üresen pedig a tál a nehezebb, ezért a tálban kevesebb víz van, mint a lábosban. Mivel a kancsó üresen könnyebb a fazéknál, vízzel telve viszont nehezebb, ezért a kancsóban több víz van, mint a fazékban. Tehát az edényekben levő víz szerinti növekvő sorrend:

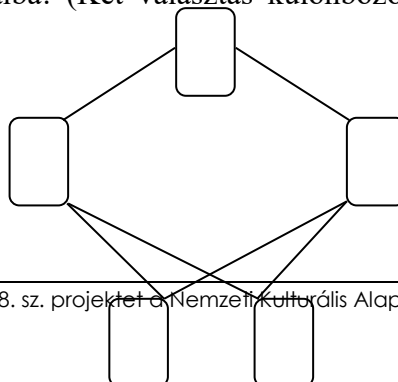
$$\text{tál} < \text{lábos} < \text{fazék} < \text{kancsó}$$

4 pont

2. Berci elkészítette az alábbi számkártyákat:



Ezután a kártyák közül kiválasztott ötöt, és az ábra téglalapjaira rakta úgy, hogy azok a téglalapok lettek vonallal összekötve, amelyekre kerülő számok összege többszöröse 5-nek. Mely számokat választhatta Berci? Minden kiválasztáshoz írd be a számok egy lehetséges elrendezését az ábra téglalapjaiba! (Két választás különböző, ha nem ugyanazt az öt számot választotta Berci.)



Megoldás:

Az 5 és a 10 csak egymással lehet összekötve, mással nem, így egyik sem kerülhet egyik téglalapra sem.

Az 1 csak a 4-gyel és a 9-cel lehet összekötve, hasonlóan a 6-hoz és a 11-hez. Így ezek beírhatók az ábrába.

A 2 csak a 3-mal és a 8-cal lehet összekötve, hasonlóan a 7-hez és a 12-höz. Ezek is beírhatók az ábrába.

Tehát Berci az

1

4

6

9

11

 vagy a

2

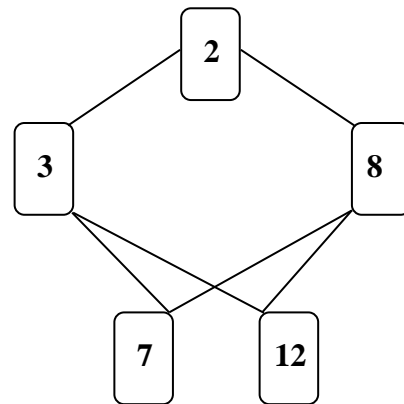
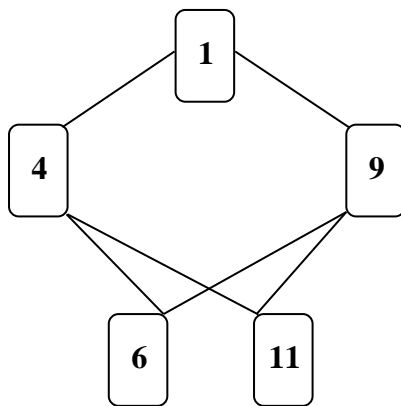
3

7

8

12

 számkártyákat választhatta.



Az ábra mutat egy-egy lehetséges elrendezést. Az egyikben a 4 és a 9 felcserélhető, valamint az 1, 6 és 11 is. A másikban a 3 és a 8 felcserélhető, valamint a 2, 12 és 7 is.

Egy számötös helyes kiválasztása 3 pont, a második megoldás 2 pont.

Az ábrába a számok egy helyes beírása 1-1 pont.

Megjegyzés: Válogassuk külön csoportba azokat a számokat, amelyek 5 többszörösei: 5; 10, azokat, amelyek 5-tel osztva 1 maradékot adnak: 1, 6, 11; azokat, amelyek 5-tel osztva 2 maradékot adnak: 2, 7, 12; amelyek 5-tel osztva 3 maradékot adnak: 3, 8; azokat, amelyek 5-tel osztva 4 maradékot adnak: 4, 9. Az 5 többszöröseire csak 5 többszörösét lehet adni, hogy 5 többszörösét kapjunk, így ezek nem kerülhetnek az ábrába.

Az összeg úgy lesz 5 többszöröse, ha 1 maradékú számhoz 4 maradékú számot adunk, vagy 2 maradékú számhoz 3 maradékú számot adunk. Ez alapján állapíthatjuk meg, hogy mely számokat választhatjuk, és melyik melyikkel lehet összekötve.

3. Zsófi és Dorka egy játékban arany, ezüst és bronz tallérokban gyűjtik a pénzüket. 3 bronz tallér ér 1 ezüstöt. 2 ezüst tallér ér 1 aranyat. Dorkának mindhárom fajta tallérból ugyanannyi van. Zsófi aranyainak száma feleannyi, mint Dorka aranyainak száma. Viszont Dorkának 24-gyel kevesebb bronz tallérja van és 6-tal kevesebb ezüst tallérja, mint Zsófinak, így kettejüknek ugyanannyi pénzü van. Hány arany, hány ezüst és hány bronz tallérja van Zsófinak, és hány Dorkának?



Megoldás:

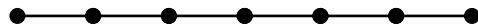
Ábrázoljuk szakaszokkal és Zsófi és Dorka vagyonát!

Jelölje egy szakasz Dorka bronz tallérjainak számát. $\bullet \text{---} \bullet$

Egy ezüst tallér 3 bronzot ér, és Dorkának ugyanannyi ezüstje van, mint bronza, ezért Dorka ezüst tallérjainak értéke bronz tallérban számolva 3 szakasznak felel meg.



Mivel egy arany tallér 2-szer annyit ér, mint egy ezüst tallér, és Dorkának ugyanannyi aranya van, mint ezüstje, ezért Dorka arany tallérjainak értéke bronz tallérban számolva 6 szakasznak felel meg.

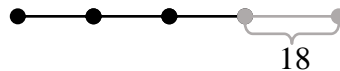


Dorka összes vagyona bronz tallérban számolva 10 szakasznak felel meg.

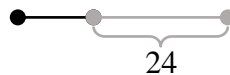
Mivel Zsófinak feleannyi aranya van, mint Dorkának, ezért Zsófi aranyainak értéke bronzban számolva 3 szakasznak felel meg: $\bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet$

Zsófinak 6-tal több ezüstje van, mint Dorkának, ezt bronz tallérba átszámolva $3 \cdot 6 = 18$ bronz tallér.

Zsófi ezüst tallérjainak értéke a 3 szakasznál 18 bronz tallérrel többnek felel meg.



Zsófinak 24-gyel több bronz tallérja van, mint Dorkának.



Zsófi összes vagyona 7 szakasznak és még $18 + 24 = 42$ bronz tallérnak felel meg.

Dorka összes vagyona: $\bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet$

Zsófi összes vagyona: $\bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet$

Mivel a két vagyon egyenlő, a rajzokat összehasonlítva megállapíthatjuk, hogy 3 szakasz 42 bronz tallért ér, azaz 1 szakasz 14 bronzot ér.

Dorkának 14 bronz, 14 ezüst és 14 arany tallérja van, ami $14 + 3 \cdot 14 + 6 \cdot 14 = 140$ bronznak felel meg.

Zsófinak $14 + 24 = 38$ bronz, $14 + 6 = 20$ ezüstje és $14 : 2 = 7$ aranya van, ami $38 + 3 \cdot 20 + 6 \cdot 7 = 140$ bronznak felel meg.

Tehát Dorkának 14 bronz, 14 ezüst és 14 arany tallérja van, Zsófinak 38 bronz, 20 ezüst és 7 arany tallérja van.

Másképp:

Zsófi aranyainak száma Dorka aranyainak fele, ez $24 + 3 \cdot 6 = 42$ bronz tallért ér, ezért Dorka aranya 84 bronzot ér, ez $84 : 6 = 14$ arany tallér. Innen a megoldás ugyanaz, mint az előző.

Teljes megoldás indoklással együtt 7 pont.



4. Egy közvéleménykutatás során a következő két kérdést tették fel 4. osztályos gyerekeknek:

1. kérdés: „Szereted a csokifagyit?”
2. kérdés: „Szereted az eperfagyit?”

A kérdésekre mindenki igennel vagy nemmel felelt. A válaszokból a következők derültek ki: 12 gyerek egyik fagyit sem szereti, 15 gyerek nem szereti a csokifagyit. Azok közül, akik szeretik a csokifagyit, 25-en nem szeretik az eperfagyit. Ugyanannyian szeretik a csokifagyit, mint ahányan nem szeretik az eperfagyit.

- a) Hány gyerek szereti az eperfagyit, de nem szereti a csokifagyit?
- b) Hány gyerek válaszolt igennel mindkét kérdésre?
- c) Hány gyerek válaszolt a kérdésekre összesen?

Megoldás:

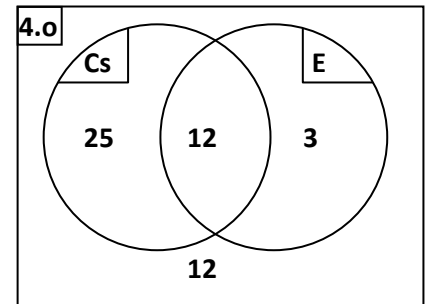
Készítsünk halmazábrát a válaszolókról, az egyik halmazba azok tartoznak, akik szeretik a csokifagyit, a másikba pedig azok, akik szeretik az eperfagyit. Írjuk be a halmazrészekbe az ott levő gyerekek számát!

Azok közül, akik szeretik a csokifagyit, 25-en nem szeretik az eperfagyit, ők a csokifagyit szeretők halmazának a közös részen kívüli részében vannak.

12 gyerek egyik fagyit sem szereti, ők mindkét halmazon kívül vannak.

15 gyerek nem szereti a csokifagyit, közülük 12 az eperfagyit sem szereti, ezért $15 - 12 = 3$ gyerek van, aki nem szereti a csokifagyit, de szereti az eperfagyit.

A 2. kérdésre azok válaszoltak nemmel, akik nem szeretik az eperfagyit, ők $25 + 12 = 37$ -en vannak. Ugyanennyien válaszoltak igennel az 1. kérdésre, azaz szeretik a csokifagyit. Közülük 25-en nem szeretik az eperfagyit, így $37 - 25 = 12$ gyerek szereti az csokifagyit és az eperfagyit is.

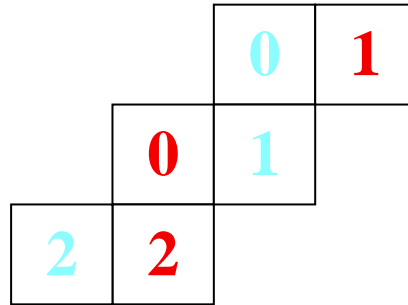


- a) Tehát 3 gyerek szereti az eperfagyit, de nem szereti a csokifagyit.
- b) 12 gyerek mindkét fagyit szereti.
- c) Összesen $25 + 12 + 3 + 12 = 52$ gyerek válaszolt a kérdésekre.

2 pont
3 pont
2 pont



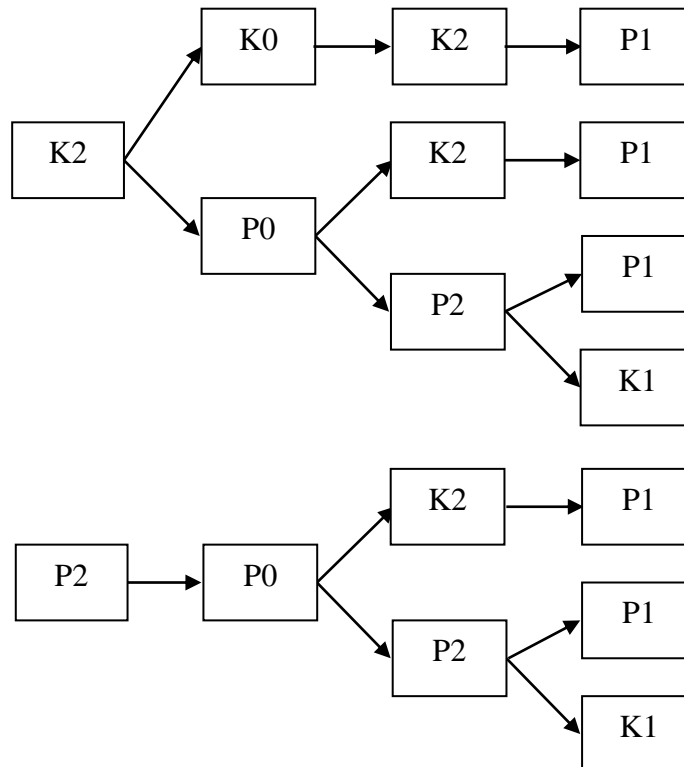
5. Guszti színes számkockát készítette az ábrán látható kockahálóból. A kockán egy piros és egy kék 2-es, egy piros és egy kék 0, egy piros és egy kék 1-es volt. A kockát 2-es lapjával felfelé letette az asztalra, és egy papírra felírta a 2-est. A kockát az asztalon levő egyik élén átgördítette úgy, hogy egy olyan lapon álljon, amelyik a korábbi alsó lappal szomszédos. Három gördítés után a 2021-es szám állt a papíron. Hányféle színű lehetett a 2021-es szám, ha mindegyik számjegyet olyan színnel írta fel Villő, amilyen színű a kocka felső lapján volt? Írd fel az összes lehetőséget! (Két lehetőség különböző, ha valamelyik számjegy színe eltérő.)



Megoldás:

Ábrázoljuk ágrajzzal a lehetőségeket!

Indulhat a piros vagy a kék 2-esből és az egymással szemben levő lapok nem lehetnek egymás után a kocka tetején.



Tehát 7 lehetőség van: **2021**; **2021**; **2021**; **2021**; **2021**; **2021**; **2021**.

Minden lehetőség 1 pont, összesen 7 pont. Ha a versenyző ágrajzzal felrajzolja a lehetőségeket, akkor is kapja meg a 7 pontot, ha nem sorolja fel újra a színes számokat.