TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

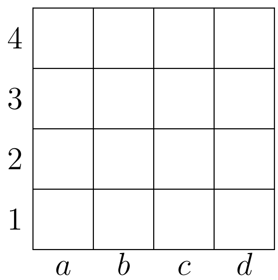
Országos döntő – Első nap

ÖTÖDIK OSZTÁLY

1. Az összes háromjegyű számot felírtuk egy-egy kártyára, és ezeket mind beledobtuk egy zsákba. Hányat kell kihúznunk a zsákból bekötött szemmel, hogy a kihúzottak között biztosan legyen kettő olyan, melyekben a jegyek összege megegyezik?

2. Egy kártyapakli lapjain 4 féle figura lehet: egy kutya, egy kutyaház, egy labda és a kutyán nyakörv. Mindegyik lapon van kutya, viszont a többi figura vagy van, vagy nincs a lapokon. Nyakörvből és labdából többféle is akad, míg kutya és kutyaház csak egyféle van. Egy-egy kártyán akár mind a 4 figura is ott lehet. A pakliban nincs két egyforma lap. Tudjuk még a következőket is:
(1) Egy olyan lap van, amin csak kutyus található.
(2) Olyan, amelyiken nincs kutyaház, és labda sincs, 3 db van.
(3) Se kutyaház, se nyakörv nincs 4 lapon.
(4) 12 lapon van kutyaház.
(5) Nincs kutyaháza, de van nyakörve 8 kutyusnak.
Hány lapos a kártyapakli?

3. Egy 4×4-es táblán helyezz el 4 korongot úgy, hogy a sorok, oszlopok, valamint a négyzet két átlójának egyikében se legyen egynél több korong! Hány különböző megoldás van, ha a forgatással egymásra vihetőket egyformának tekintjük?



FOLYTATÁS A TÚLOLDALON!

A feladatsorok összeállítói: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Juhász Péter, Steller Gábor. Lektorok: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

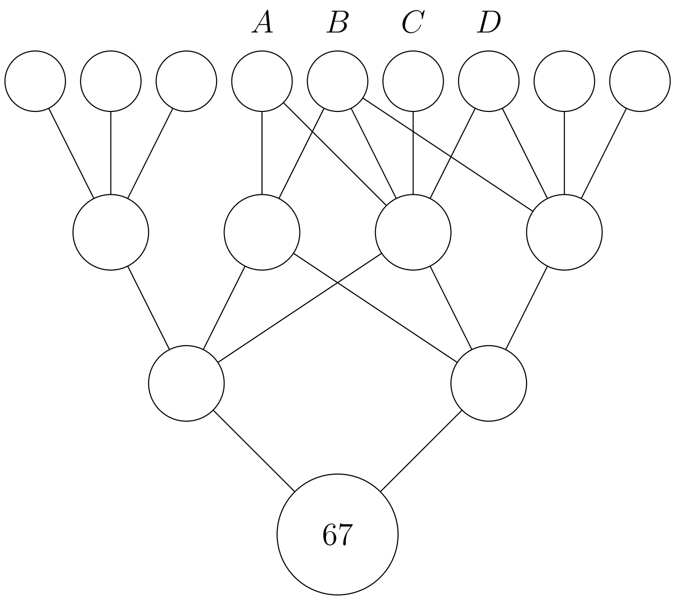
45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Első nap

ÖTÖDIK OSZTÁLY

4. Egy matekverseny második fordulójába 340 gyerek jutott be. A fiúk számának 2/3 része egyenlő a lányok számának 3/4 részével. Hány lány jutott a második fordulóba?

5. Helyezd el az 1, 2, 3 ... 9 számokat a legfelső sorban lévő körökbe. Minden további körbe az a szám kerül, amelyik a fölötte szereplők összege, de csak azoké, amelyekkel vonal köti össze. A legalsó összeg 67.
   a) Töltsd ki az ábrát!
   b) Hány megoldás lehetséges az A, B, C, D körök kitöltésére?



Budapest, 2016. május 27.

A feladatsorok összeállítói: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Juhász Péter, Steller Gábor. Lektorok: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

Nemzeti Tehetség Program
Emberi Erőforrások Minisztériuma
Emberi Erőforrás Támogatáskezelő

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

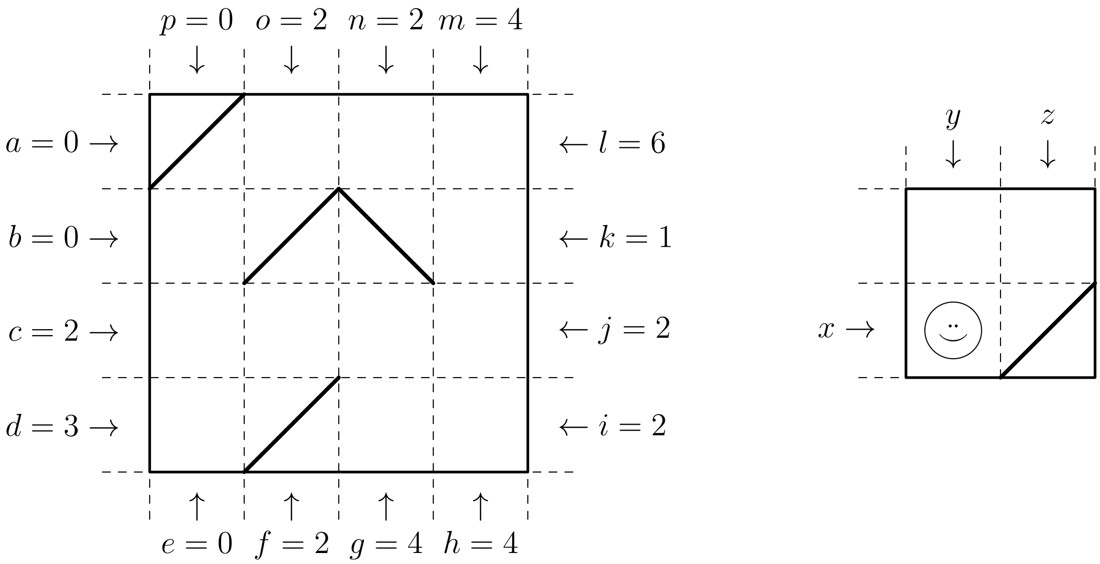
45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Második nap

ÖTÖDIK OSZTÁLY

1. Választottam 3 különböző pozitív számjegyet, leírtam az összes olyan háromjegyű számot, ami ebből a 3 számjegyből készíthető, majd összeadtam a leírt háromjegyűeket. Az összeg 1776. Mi lehetett a 3 számjegy?

2. Peti egy Kísértettanya nevű feladványt talált egy rejtvényújságban: egy 4×4-es táblázat egyes mezőiben átlósan elhelyezett tükrök vannak. Ezek mindkét oldalukon tükröződnek. A táblázat szabadon maradt mezőibe egy-egy lakót kell beköltöztetni úgy, hogy ha a táblázat valamelyik sorába, vagy oszlopába betekintünk, akkor épp annyi lakót lássunk, amennyit az odaírt szám jelöl. A nehézséget a lakók jelentik: 4 ember – ők láthatók, és tükörképük is látható, azaz tükröződnek; 4 kísértet – ők nem láthatók, viszont tükröződnek, 4 vámpír – ők láthatók, de nem tükröződnek. Petinek sikerült megoldani feladatot. Neked sikerül?



(Ha a jobb oldali rajzon látható mosolygós arc egy ember, akkor az x, y és z irányokból is látszik. Ha kísértet, akkor csak a z irányból, ha vámpír, akkor viszont csak x és y irányból látszik.)

FOLYTATÁS A TÚLOLDALON!

A feladatsorok összeállítói: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Juhász Péter, Steller Gábor. Lektorok: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

Nemzeti Tehetség Program

Emberi Erőforrások Minisztériuma

EMBERI ERŐFORRÁS TÁMOGATÁSKEZELŐ

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

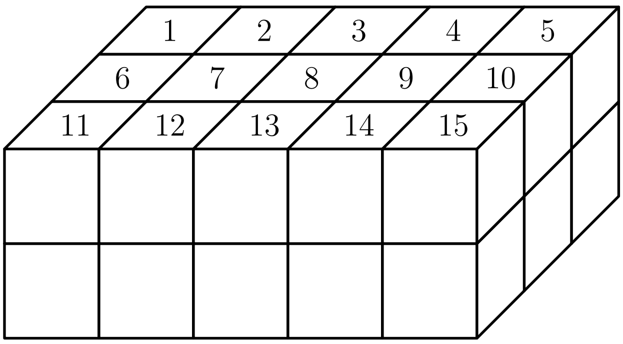
45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Második nap

ÖTÖDIK OSZTÁLY

3. Felírtuk egy táblára a (pozitív egész) számokat 1-től 2016-ig. Egy lépésben valamelyik kettőt letöröltük, és **mindkettő helyett** felírtuk a két szám különbségeként kapható **nemnegatív** számot. Ezt a lépést néhányszor megismételtük, aminek következtében a táblán ugyanaz a szám szerepelt 2016-szor.
   Elérhető-e, hogy ez a szám
   a) 3
   b) 17
   legyen?

4. Építettünk egy téglatestet egységkockákból, melyben az egy csúcsba futó élek hossza 2, 3, 5 egység. Egyesével elvehetsz kockákat úgy, hogy minden lépésben a kapott test felszíne változatlan marad. (Az elvétel során ügyelj arra, hogy a test ,,egyben'' maradjon, azaz ha a teljes lappal egymáshoz csatlakozó kockákat összeragasztanánk, akkor az építményt egy kockánál fogva fel lehet emelni.)
   a) Vegyél el minél több egységkockát!
   b) Mennyi az elvehető egységkockák maximális száma?
   (A kockákat a leírás megkönnyítése érdekében megszámoztuk az ábra szerint. Az alsó réteg kockáinak sorszáma mindig 15-tel nagyobb, mint a felette lévő kockáé.)



Budapest, 2016. május 28.

A feladatsorok összeállítói: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Juhász Péter, Steller Gábor. Lektorok: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Első nap

HATODIK OSZTÁLY

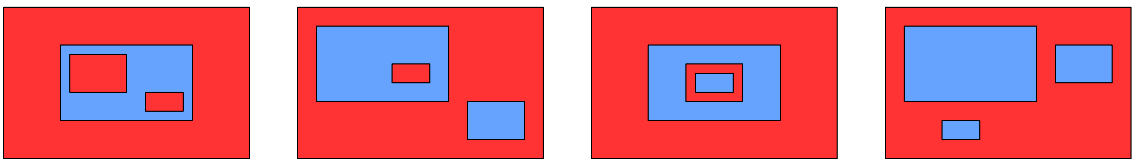
1. Hány olyan négyjegyű pozitív egész szám van, amelynek utolsó számjegye nagyobb, mint az első számjegye?

2. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek mindegyikét pontosan egyszer felhasználva felírtunk öt pozitív egész számot. Hány négyzetszám lehet ezek között? Adj minden lehetőségre példát!
(Négyzetszámnak nevezzük azokat az egész számokat, amelyek megkaphatók egy egész szám önmagával vett szorzataként.)

3. Egy dominókészlet köveinek egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részek mindegyikén 1, 2, 3, 4, 5 vagy 6 pötty lehet. A készlet a lehető legtöbb dominót tartalmazza úgy, hogy nincs közöttük két egyforma. (Két dominó egyforma, ha egymás alá helyezhetők úgy, hogy a választóvonalak egy egyenesbe esnek és az egymás alatti részek azonos számú pöttyöt tartalmaznak.)
a) Hány dominóból áll a készlet?
b) Mutasd meg, hogy nem lehet az összes dominót egymás mellé helyezni egy sorba úgy, hogy a szomszédos dominók érintkező részein azonos számú pötty legyen!

4. Peti rajzolt egy ötszöget. Ezután meghatározta az oldalak és az átlók hosszát. Lehetséges-e, hogy ezekre pontosan négy különböző értéket kapott úgy, hogy az egyik érték egyszer, a másik kétszer, a harmadik háromszor, a negyedik négyszer fordult elő?

5. Négy különböző méretű, téglalap alakú szőnyegünk van. A szőnyegek egyik oldala piros, a másik kék. Egymásra helyeztük a szőnyegeket négy különböző elrendezésben (ld. ábra). Az első három esetben meghatároztuk, hogy mekkora piros területet látunk. Határozd meg a látható piros terület nagyságát a negyedik elrendezésnél!



314 dm^2 | 196 dm^2 | 262 dm^2 | ?

Budapest, 2016. május 27.

A feladatsorok összeállítói: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Juhász Péter, Steller Gábor. Lektorok: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

Nemzeti Tehetség Program
Emberi Erőforrások Minisztériuma
Emberi Erőforrás Támogatáskezelő

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Második nap

HATODIK OSZTÁLY

1. Egy négyjegyű pozitív egész szám minden számjegye különböző. Azt is tudjuk, hogy ha az első számjegyet elhagyjuk, akkor egy 9-cel osztható, ha a másodikat, akkor egy 2-vel osztható, ha a harmadikat, akkor egy 5-tel osztható, ha a negyediket, akkor egy 4-gyel osztható háromjegyű számot kapunk. Hány ilyen négyjegyű szám van?

2. Van 6 egyformán kinéző súlyunk, amelyek 1, 2, 3, 4, 5, 6 dekásak, és van 6 feliratunk ugyanezen értékekkel. Minden súlyra rákerült egy felirat, és tudjuk, hogy legalább 4 súlyra a helyes érték került. Hogyan lehet eldönteni egy kétkarú mérleg segítségével, két méréssel, hogy mind a 6 súlyra helyes felirat került-e?
(Egy mérés a következőt jelenti: a két serpenyőbe tetszőlegesen súlyokat helyezünk, majd leolvassuk, hogy az egyik serpenyőbe kisebb, nagyobb vagy ugyanakkora tömeget helyeztünk-e, mint a másikba.)

3. Felírtuk egy táblára a (pozitív egész) számokat 1-től 2016-ig. Egy lépésben valamelyik kettőt letöröltük, és **mindkettő helyett** felírtuk a két szám különbségeként kapható **nemnegatív** számot. Ezt a lépést néhányszor megismételtük, aminek következtében a táblán ugyanaz a szám szerepelt 2016-szor.
Add meg ennek a számnak az összes lehetséges értékét!

4. Egy pozitív egész számot szépnek nevezünk, ha a 2, 3, 5, 7 számjegyek mindegyikét tartalmazza legalább egyszer, más számjegyet azonban nem. Egy szép számot csodaszépnek mondunk, ha a 7-szerese is szép szám.
a) Mutasd meg, hogy végtelen sok csodaszép szám van.
b) Mutasd meg, hogy egy csodaszép számban csak egy 7-es számjegy lehet.

Budapest, 2016. május 28.

A feladatsorok összeállítói: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Juhász Péter, Steller Gábor. Lektorok: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

Nemzeti Tehetség Program
Emberi Erőforrások Minisztériuma
Emberi Erőforrás Támogatáskezelő

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Első nap

HETEDIK OSZTÁLY

1. Sárkányországban minden sárkánynak legalább 3 feje van. Azok a sárkányok, amelyeknek páratlan sok fejük van, mindig igazat mondanak, amelyeknek páros sok, mindig hazudnak. Négy sárkány éppen bridzselt, amikor megkérdezték őket, hogy négyüknek összesen hány fejük van. A következő válaszok érkeztek: 14, 15, 16, 20. Hány feje van összesen az igazmondó sárkányoknak? Add meg az összes lehetőséget!

2. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek mindegyikét pontosan egyszer felhasználva felírtunk öt pozitív egész számot. Hány négyzetszám lehet ezek között? Adj minden lehetőségre példát!
(Négyzetszámnak nevezzük azokat az egész számokat, amelyek megkaphatók egy egész szám önmagával vett szorzataként.)

3. Az a, b, c, d pozitív valós számokról a következőket tudjuk:
(1) $a : (b : c : d) = 72$
(2) $a : (b : c) : d = 8$
(3) $a : b : (c : d) = 4{,}5$.
Mennyi lehet $a : b : c : d$ értéke?

4. Egy kör mentén elhelyeztünk néhány pozitív egész számot. Tudjuk, hogy bármely két szomszédos szám közül az egyik osztója a másiknak, ugyanakkor a nem szomszédos számpárok egyike sem áll osztó-többszörös viszonyban. Lehetséges-e, hogy a körön elhelyezett számok száma 20?

5. Peti rajzolt egy ötszöget. Ezután meghatározta az oldalak és az átlók hosszát. Lehetséges-e, hogy ezekre pontosan négy különböző értéket kapott úgy, hogy az egyik érték egyszer, a másik kétszer, a harmadik háromszor, a negyedik négyszer fordult elő?

Budapest, 2016. május 27.

A feladatsorok összeállítói: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Juhász Péter, Steller Gábor. Lektorok: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

Nemzeti Tehetség Program

Emberi Erőforrások Minisztériuma

EMBERI ERŐFORRÁS TÁMOGATÁSKEZELŐ

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

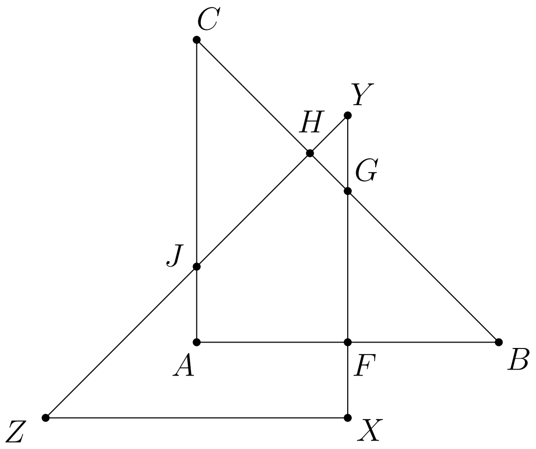
45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Második nap

HETEDIK OSZTÁLY

1. Egy négyjegyű pozitív egész szám minden számjegye különböző. Azt is tudjuk, hogy ha az első számjegyet elhagyjuk, akkor egy 9-cel osztható, ha a másodikat, akkor egy 2-vel osztható, ha a harmadikat, akkor egy 5-tel osztható, ha a negyediket, akkor egy 4-gyel osztható háromjegyű számot kapunk. Hány ilyen négyjegyű szám van?

2. Egy 4 cm oldalú négyzetet kettévágtunk az átlója mentén, majd a kapott ABC és XYZ háromszögeket az ábra szerint helyeztük el. Az AB és XZ szakaszok párhuzamosak, F pedig éppen az AB szakasz felezőpontja. Tudjuk, hogy a CHJ háromszög területe 3 cm^2-rel nagyobb a GHY háromszög területénél. Milyen hosszú az FX szakasz?



3. Egy $n\times n$-es négyzetrács bal felső sarokmezője fekete, a többi fehér. Minden lépésben kiválaszthatunk egy olyan fehér mezőt, amelynek páratlan számú fekete oldalszomszédja van, és beszínezhetjük feketére. Elérhető-e ilyen lépésekkel, hogy minden mező fekete legyen, ha
   (a) $n = 7$?
   (b) $n = 8$?

4. Van-e olyan 2016 oldalú sokszög, amelynek bármely két oldalegyenese metszi egymást, és minden metszéspont a sokszög belsejében vagy határán található?

Budapest, 2016. május 28.

A feladatsorok összeállítói: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Juhász Péter, Steller Gábor. Lektorok: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Első nap

NYOLCADIK OSZTÁLY

1. Sárkányországban minden sárkánynak legalább 3 feje van. Azok a sárkányok, amelyeknek páratlan sok fejük van, mindig igazat mondanak, amelyeknek páros sok, mindig hazudnak. Négy sárkány éppen bridzselt, amikor megkérdezték őket, hogy négyüknek összesen hány fejük van. A következő válaszok érkeztek: 14, 15, 16, 20. Hány feje van összesen az igazmondó sárkányoknak? Add meg az összes lehetőséget!

2. Egy kör mentén elhelyeztünk n darab pozitív egész számot úgy, hogy bármely két szomszédos szám közül az egyik osztója a másiknak, ugyanakkor a nem szomszédos számpárok egyike sem áll osztó-többszörös viszonyban.
Döntsük el, hogy a $3 \leq n \leq 20$ számok közül melyekre lehetséges ez.

3. Az ABC háromszög oldalait a beírt köre az A_1, B_1, C_1 pontokban érinti (az A_1 pont a BC, a B_1 pont az AC, a C_1 pont az AB oldalán található). Bizonyítsd be, hogy ha $AA_1 = BB_1 = CC_1$, akkor a háromszög szabályos.

4. Egy számból kivonjuk a számjegyeinek összegét. Hányféle különböző számot kapunk, ha az előző eljárást végrehajtjuk az összes háromjegyű számon?

5. Keresd meg az összes olyan (végtelen) számtani sorozatot, amely teljesíti a következő feltételeket:
(i) a sorozat tagjai pozitív egész számok,
(ii) a sorozat minden tagja nagyobb, mint az őt megelőző tagok,
(iii) ha egy szám tagja a sorozatnak, akkor a számjegyeinek összege is tagja a sorozatnak.
(Egy számtani sorozatban bármely két egymást követő tag különbsége állandó.)

Budapest, 2016. május 27.

A feladatsorok összeállítói: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Juhász Péter, Steller Gábor. Lektorok: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

Nemzeti Tehetség Program

Emberi Erőforrások Minisztériuma

EMBERI ERŐFORRÁS TÁMOGATÁSKEZELŐ

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Második nap

NYOLCADIK OSZTÁLY

1. Három egymást követő háromjegyű számot (az eredeti sorrendjükben) egymás után írunk, így egy kilencjegyű számot kapunk. Igaz-e, hogy az így kapott szám mindig osztható 3-mal?

2. Egy 8×8-as pontrács pontjait két játékos felváltva köti össze szakaszokkal. Két szakasznak nem lehet közös pontja. (A végpontjuk sem lehet közös.) Aki nem tud lépni, veszít. Van-e valamelyik játékosnak nyerő stratégiája? Ha igen, adj is meg egy nyerő stratégiát.

3. Egy $n \times n$-es négyzetrács bal felső sarokmezője fekete, a többi fehér. Minden lépésben kiválaszthatunk egy olyan fehér mezőt, amelynek páratlan számú fekete oldalszomszédja van, és beszínezhetjük feketére. Elérhető-e ilyen lépésekkel, hogy minden mező fekete legyen, ha
   a) $n = 7$
   b) $n = 8$?

4. A hegyesszögű ABC háromszög magasságpontja M, köréírt körének középpontja O, a BC oldal felezőpontja F és az A csúcsból induló magasság talppontja T. Tudjuk, hogy $MOFT$ egy egységnyi oldalú négyzet. Mekkora a háromszög területe? (A háromszög magasságpontjának nevezzük a magasságvonalak metszéspontját.)

Budapest, 2016. május 28.

A feladatsorok összeállítói: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Juhász Péter, Steller Gábor. Lektorok: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TV-15-0080. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.

Nemzeti Tehetség Program

Emberi Erőforrások Minisztériuma

Emberi Erőforrás Támogatáskezelő