TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

---

42 . ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ 2. nap

ÖTÖDIK OSZTÁLY JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

Minden feladat teljes megoldása 7 pont

1. Állítsd elő a 100-at egymástól különböző módokon az 1, 2, 3, … 9 számjegyek segítségével, négy alapműveleti jelet és zárójelet használhatsz, de a számjegyek sorrendjét nem változtathatod meg! Ha két vagy több számjegy közé nem teszel semmilyen megengedett jelet, akkor azokat (balról kezdve) egy többjegyű számnak olvashatod!

a,) 100 = 1 2 3 4 5 6 7 8 9 (← ezt is két különböző módon)

b,) 100 = 9 8 7 6 5 4 3 2 1 (← ezt is két különböző módon)

Megoldás:

a,) Például: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 x 9 vagy 12 + 3 – 4 + 5 + 67 + 8 + 9 vagy 123 – 45 – 67 + 89 vagy $1\cdot(2+3)\cdot(4\cdot 5)+6-7-8+9$.

b,) Például: 98 + 7 – 6 + 5 – 4 + 3 - 2 - 1 vagy 98 – 76 + 54 + 3 + 21 vagy $(9+8-7-6)\cdot(5\cdot 4+3+2)\cdot 1$.

2. 300 darab 1 cm^3-es kiskocka mindegyikét felhasználva különféle méretű tömör téglatesteket állítottunk össze. Hány olyan téglatest van, amelynek oldalhosszai egész számok és a térfogata 300 cm^3? Írd le a talált téglatestek méreteit!

Megoldás:

A lehetséges méretek cm-ben értendők: $1\cdot 1\cdot 300$, $1\cdot 2\cdot 150$, $1\cdot 3\cdot 100$, $1\cdot 4\cdot 75$, $1\cdot 5\cdot 60$,
$1\cdot 6\cdot 50$, $1\cdot 10\cdot 30$, $1\cdot 12\cdot 25$, $1\cdot 15\cdot 20$,
$2\cdot 2\cdot 75$, $2\cdot 3\cdot 50$, $2\cdot 5\cdot 30$, $2\cdot 6\cdot 25$, $2\cdot 10\cdot 15$,
$3\cdot 4\cdot 25$, $3\cdot 5\cdot 20$, $3\cdot 10\cdot 10$,
$4\cdot 5\cdot 15$,

$5 \cdot 5 \cdot 12$, $5 \cdot 6 \cdot 10$.

Tehát 20 különböző téglatest van.

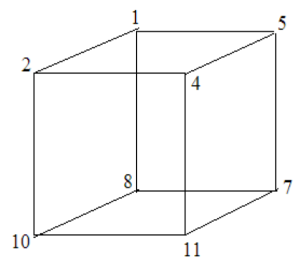
3. a,) Igazold, hogy nem helyezhetünk el egy kocka csúcsaiban a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 számok közül nyolc különbözőt úgy, hogy bármely él két végpontjában levő számok összege osztható legyen 2-vel.

b, Igazold, hogy elhelyezhetünk egy kocka csúcsaiban a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 számok közül nyolc különbözőt úgy, hogy bármely él két végpontjában levő számok összege osztható legyen 3-mal.

Megoldás:

a,) Ha bármely él két végpontjában levő számok összege osztható legyen 2-vel, akkor minden beírt szám vagy páros, vagy páratlan. Ehhez vagy 8 páros, vagy 8 páratlan szám kell. Az adott 13 szám között egyikből sincs 8 darab, így ez nem valósítható meg.

b,) Csupa 3-mal osztható számmal nem tudjuk megvalósítani, mert nincs 8 darab ilyen számunk. Válasszuk ki az összes olyan számot, amely 3-mal osztva 1 vagy 2 maradékot ad. Ezek 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11. Tehát van nyolc számunk, van esély a kitöltésre.



Tegyük le valahova az 1-est. Az innen kiinduló élek másik végére olyan számokat kell írnunk, amelyek 3-mal osztva 2 maradékot adnak. Ezen számokból kiinduló élek másik végpontjába 3-mal osztva 1 maradékos számot kell írni, majd újra 3-mal osztva 2 maradékos számot kell írni.

Egy lehetséges kitöltést mutat az ábra.

4. Az ősszel almát szedtünk. A vödörbe és a kosárba gyűjtött almát beleborítottuk a ládába, majd tovább szedtük a kisebb edényekbe. Egy vödörben 36 kilogrammal kevesebb alma volt, mint egy ládában. A ládában pedig 12 kilogrammal több alma van a kosárban lévő alma kétszeresénél. A kosárban pedig 6 kilogrammal több alma van, mint a vödörben. Mennyi almát szedtünk, ha a szüret végén négy ládánk, három vödrünk és egy kosarunk

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

volt tele? (A szövegben szereplő adatok mindig a tele edényekre vonatkoznak.)

Megoldás:

I. Megoldás szakaszos ábrázolással.

vödör: $\leftarrow - - - - \rightarrow$

kosár: $\leftarrow - - - - \rightarrow +\ 6\ kg$

láda: $\leftarrow - - - - \rightarrow \leftarrow - - - - \rightarrow + 12 + 12\ kg$

Tudjuk, hogy egy vödörben 36 kilogrammal kevesebb alma volt, mint egy ládában. Ezért $\leftarrow - - - - \rightarrow \leftarrow - - - - \rightarrow + 12 + 12 = \leftarrow - - - - \rightarrow + 36$, ahonnan ki lehet következtetni, hogy egy vödörben 12 kg alma volt, a kosárban 12 kg, a ládában 48 kg. A szedett alma mennyisége $4 \cdot 48 + 3 \cdot 12 + 18 = 246\ \ (kg)$.

II. A feladat szövege alapján, ha a vödörbe v, a kosárba k, a ládába l kilogramm alma fér, akkor a következő egyenletrendszert kapjuk: $\left.\begin{array}{l} v = l - 36 \\ l = 2k + 12 \\ k = v + 6 \end{array}\right\}$

Az egyenletrendszer megoldása után kapjuk: $k = 18\ \ (kg)$, $v = 12\ \ kg$, $l = 48\ kg$. A szedett alma mennyisége: $4l + 3v + k$, vagyis $4 \cdot 48 + 3 \cdot 12 + 18 = 246\ \ (kg)$ almát szedtünk.

5. Öt számkártyánk van: $\boxed{1}\,\boxed{2}\,\boxed{}\,\boxed{8}\,\boxed{9}$. Mindegyiken egy-egy nullánál nagyobb, de egymástól különböző számjegy áll. Az egyik számkártya fordítva került a képre, ezért nem látható, hogy melyik számjegy van rajta. Az öt számkártya felhasználásával egy kétjegyű és egy háromjegyű számot állítunk elő. Mennyi lehet a két legnagyobb különbségű szám különbségének és a két legkisebb különbségű szám különbségének a különbsége?

Megoldás:

A nem látható számjegy lehet: 3, 4, 5, 6, 7.

A két legnagyobb különbségű szám különbsége lehet:

983	984	985	986	987
- 12	- 12	- 12	- 12	- 12
971	972	973	974	975

A két legkisebb különbségű szám különbsége lehet:

123	124	125	126	127
- 98	- 98	- 98	- 98	- 98
25	26	27	28	29

A különbségek különbsége:

971	972	973	974	975
- 25	- 26	- 27	- 28	- 29
946	946	946	946	946

A kérdéses különbség tehát minden esetben 946, akármi is a nem látható számjegy.

1.