



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

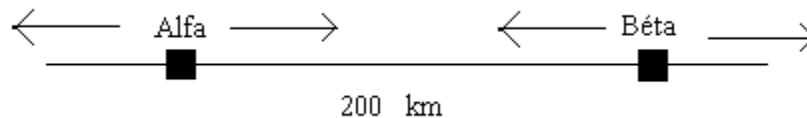
43. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY ORSZÁGOS DÖNTŐ 2. forduló

ÖTÖDIK OSZTÁLY- MEGOLDÁSVÁZLATOK

1. Mateklandon csak egy, nyílegyenes, nagyon hosszú út létezik, amely mentén található két város, Alfa és Béta. Távolságuk 200 km. Egyenletes sebességgel egyszerre indul Alfából egy kerékpáros, Bétából pedig egy motoros, az útról sehol sem térhetnek le. A kerékpáros 20 km-t, a motoros 45 km-t tesz meg óránként. Milyen távol *lehetnek* egymástól 2 óra múlva? (A 2 óra alatt visszafordulni, megállni tilos volt!)

Megoldás:

A feladat nem egyértelmű. Négyféleképpen is értelmezhető.



- a, Lehet, hogy a két ember egymással szembe megy.

A távolság: $200 - (20 \cdot 2 + 45 \cdot 2) = 70$ (km)

- b, Lehet, hogy mindketten jobbra mennek. A távolság: $200 + 45 \cdot 2 - 20 \cdot 2 = 250$ (km)

- c, Lehet, hogy mindketten balra mennek. A távolság: $200 + 20 \cdot 2 - 45 \cdot 2 = 150$ (km)

- d, Lehet, hogy egymásnak hátat fordítva – mintegy a Földet megkerülve – haladnak. A távolság: $200 + 20 \cdot 2 + 45 \cdot 2 = 330$ (km).

2. Az ábrán látható négyzet mind a kilenc mezéjében eredetileg a 0 számjegy szerepelt. Egy lépés során kiválasztunk egy négy mezőből álló négyzetet, és benne lévő mind a négy szám értékét 1-gyel növeljük. 100 lépés után az ábrán látható számokhoz jutottunk el. Határozzátok meg a, b, c, d, e, f értékét!

| | | |
|----|---|----|
| 15 | a | 29 |
| b | c | d |
| 40 | e | f |



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

Megoldás:

Az a értékét két tény határozza meg. Egyrészt az, hogy a bal felső sarokban lévő négyzet számait hányszor növeltük, másrészt pedig az, hogy a jobb felső négyzet számait hányszor növeltük. Ezek összege adja a értékét. Ez most $15 + 29 = 44$ lesz. Hasonlóan b értéke $15 + 40 = 55$ lesz. A c értéke biztosan 100, mert a középső mező érintkezik mind a négy sarki mezővel, így értéke is minden lépésben 1-gyel nő. Egy lépésben csak az egyik sarki mező értéke nőhet, ezért $15 + 29 + 40 + f = 100$, tehát $f = 16$. Az $e = 40 + 16 = 56$, $d = 29 + 16 = 45$. Jobbra látható a kész táblázat.

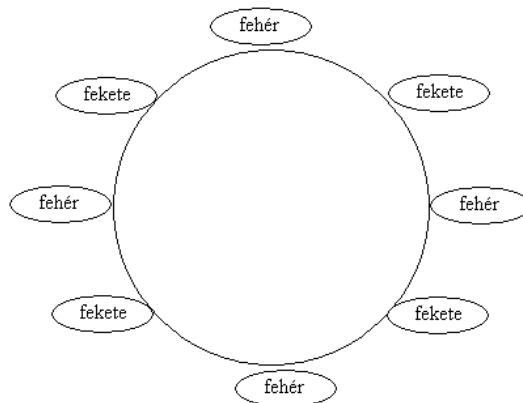
| | | |
|----|-----|----|
| 15 | 44 | 29 |
| 55 | 100 | 45 |
| 40 | 56 | 16 |

3. Artúr király kerek asztalánál nyolcan ülnek. A szomszédos lovagok haragban vannak, különben a lovagok között barátság van. Hányféleképp lehet kiválasztani 3 lovagot, akik barátságban vannak?

Megoldás:

Tekintsük a mellékelt ábrát!

Választhatunk a fehér lovagok közül hármat, vagy a fekete lovagok közül hármat. Ha a 4 fehér lovag közül 3-at



kiválasztunk, akkor egy fehér lovagot nem választunk. Ez a fehér lovag 4-féle lehet. Ugyanígy 4-féleképp választhatunk három fekete lovagot. Választhatunk még egy fehér lovagot és hozzá két „szemközt” ülő (vele nem szomszédos) fekete lovagot, ez is 4-féleképp tehető meg. Hasonlóan választhatunk egy fekete és két fehér lovagot.

A három lovag kiválasztása $4 + 4 + 4 + 4 = 16$ -féleképpen történhet.

(Ha úgy értelmezte a feladatot a versenyző, hogy Artúr király is az asztalnál ül, ekkor 7 lovag közül kellett kiválasztani a feltételeknek megfelelő hármat.)



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

4. Egy könyvtárban egy 9 kötetes lexikon kötetei rendetlenül helyezkednek el az ábrán látható sorrendben. A könyvtáros szeretné minél kevesebb fogással rendezni a könyveket. Egy fogás alatt azt értjük, hogy egyidejűleg megfogunk 2 tetszőleges helyen lévő könyvet, s valahová letesszük: a sor elejére vagy végére, vagy valamelyik két könyv közé betesszük. A két megfogott könyvet nem választhatjuk el egymástól és sorrendjüket sem cserélhetjük fel. Két, már letett könyv között szabad rést nyitni két új könyv számára. A fenti szabályok megtartása mellett hogyan lehet a könyveket három fogással rendezni?

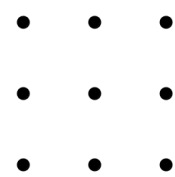
| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 9 | 2 | 7 | 3 | 6 | 8 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Megoldás:

A 3. és a 6. könyvet fogjuk össze, helyezzük be a 2. és 7. közé. Ekkor a sorrend 1, 5, 9, 2, 3, 6, 7, 8, 4. Az 5. és a 9. kötetet fogjuk össze, tegyük le a 4-től jobbra. Az új sorrend 1, 2, 3, 6, 7, 8, 4, 5, 9. Végül a 4. és 5. kötetet összefogva tegyük a 3. és a 6. közé. Kész a megfelelő sorrend.

(Ötödik osztályban megoldásként elég egyetlen konkrét, „három fogásos” esetet megmutatni.)

5. A jobb oldali ábrán 9 pontot láthatunk 3 x 3-as elrendezésben. Hány olyan különbözőnek tekinthető háromszög van, amelynek csúcsai a 9 pont közül kerülnek ki? Két alakzatot akkor mondunk különbözőnek, ha sem tükrözéssel, sem mozgattal nem hozhatók fedésbe. A rajzaid elkészítéséhez használd a segédlapot! Mindegyik háromszöget másik ábrán rajzold meg!





TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901



Kalmár László (matematikus)

Megoldás: A lehetőségek felsorolásával válaszolunk. Összesen 8 lehetőség van.

