



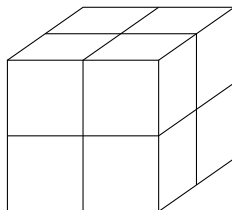
50. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKÁVERSENY

Országos döntő – 2021. május 29.

HATODIK OSZTÁLY

Minden állításodat bizonyítanod kell. Csak akkor elegendő az eredmény pusztá közlése, ha ezt a feladat szövegében külön jeleztük.

- 12 hatodikos focizik, 6 a 6 ellen. Közülük öten járnak fociedzésre, heten nem. Hanna nem jár fociedzésre, de olyan csapatkiosztást szeretne csinálni, hogy az ő csapatában többen járjanak fociedzésre, mint az ellenfél csapatban. Hányféle ilyen csapatkiosztás van?
- Megadható-e 6 egyenes a síkon úgy, hogy semelyik három ne menjen át egy ponton, és a metszéspontok száma pontosan 11 legyen?
- Van 8 egységkockám, melyek mindegyike a következőképpen van kifestve: két lapja piros, két lapja kék és két lapja zöld, méghozzá úgy, hogy mindig a szemközti lapok azonos színűek. A 8 egységkockából összeépítettem egy $2 \times 2 \times 2$ -es kockát. A nagy kockát letettem az asztalra, így most három (páronként szomszédos) lapját látom. Ezeket összesen 5 piros, 4 kék és 3 zöld kiskockalap látszik. Hány piros kiskockalap lehet látható a másik három lapon összesen?



- Karolina bekarikázott a $1, 2, 3, 4, \dots, 20$ számok közül 11-et úgy, hogy ne legyen köztük kettő, amelyek közül az egyik kétszerese lenne a másiknak. Lujza ránézett a bekarikázott számokra, és megállapította: „Akármelyiket is karikáznám be a maradék 9 szám közül, már lenne két bekarikázott szám, amelyek közül az egyik kétszerese a másiknak.”
 - a) Bekarikázhatta-e Karolina az 1-et?
 - b) Bekarikázhatta-e Karolina a 20-at?
- a) Adj meg egy olyan hétjegyű számot, melynek értéke megfelelődik, ha a számjegyeit növekvő sorrendbe állítjuk!
 - b) Adj meg minél többféle 11-jegyű számot, melynek értéke megfelelődik, ha a számjegyeit növekvő sorrendbe állítjuk!

A 0 számjegy egyik esetben sem használható.

Elegendő a számokat megadni, indoklást nem kérünk.