KIS MATEMATIKUS BARÁTI KÖRÖK

XXXIX. ORSZÁGOS KALMÁR LÁSZLÓ VERSENYE

Országos döntő

HETEDIK OSZTÁLY

1. nap

1. Tudjuk, hogy 2^{29} tízes számrendszerbeli alakja 9-jegyű, és csupa különböző számjegyből áll. Igazoljuk, hogy a 0 szerepel a számjegyek között.

2. Jelölje n! („n faktoriális") a következő szorzatot: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ (például: $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$). Melyek azok a pozitív egész számok, amelyekre $1!+2!+3!+\ldots+n!$ egy pozitív egész szám négyzete?

3. Egy négyzet mindkét átlóját mindkét irányban meghosszabbítjuk, és rámérjük a négyzet oldalát. Igazoljuk, hogy az így kapott négyszög is négyzet, és oldalának hossza az eredeti négyzet oldalának és átlójának összege.

4. Mutassuk meg, hogy annak a tízes számrendszerben felírt 16-jegyű A számnak, amelynek minden számjegye 1, legalább négy A-nál kisebb, de 1-nél nagyobb osztója van.

5. Legkevesebb hányféle színű egység élű kis kockára van szükségünk ahhoz, hogy össze tudjunk rakni belőlük egy 4x4x4-es nagyobb kockát a következő megkötéssel, ha két kis kocka lappal, éllel, vagy csúccsal érintkezik, akkor azok különböző színűek?

Vác. 2010. június

Jó munkát kíván az

Országos Versenybizottság

KIS MATEMATIKUS BARÁTI KÖRÖK

XXXIX. ORSZÁGOS KALMÁR LÁSZLÓ VERSENYE　　　Országos döntő

HETEDIK OSZTÁLY

2. nap

1. Két pozitív egész szám összege 210. Lehet-e, hogy a két szám szorzata osztható 210-zel?

2. Fel lehet-e darabolni egy konvex 17 szöget 14 háromszögre?

3. Az $\overline{abcabc}$ alakú (a, b, c számjegyek) tízes számrendszerbeli számok között van-e négyzetszám?

4. Egy asztalon van 5 erszény, mindegyikben valamennyi pénz. Az elsőből kivesszük a benne lévő pénz ötödét és a másodikba tesszük. Ezután a másodikból vesszük ki a benne lévő pénz ötödrészét, és a harmadikba tesszük, és így tovább. Utoljára az ötödik erszényben lévő pénz ötödét vettük ki, és az első erszénybe tettük. Igy végül mindegyik erszényben 1600 Ft. lesz. Mennyi pénz volt eredetileg az erszényekben?

Vác. 2010. június

Jó munkát kíván az

Országos Versenybizottság