



## 47. TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKÁVERSENY

Országos döntő – 2. nap

### HETEDIK OSZTÁLY

Minden állításodat bizonyítanod kell. Csak akkor elegendő az eredmény pusztá közlése, ha a feladat szövegében szerepel, hogy „*nincs szükség indoklásra*”.

1. Tekintsük azokat a hatjegyű számokat, amelyekben nincs 0 számjegy, és minden számjegyük osztható azzal a számmal, ahányadik helyen áll. (Balról jobbra olvasva, tehát az egyesek helyén álló számjegy a hatodik.)

(a) Összesen hány ilyen hatjegyű szám van?

(b) Ezek között hány olyan van, amelyben nincs két egyforma számjegy?

2. Vegyük az egész számokat 1001-től 2000-ig, és mindegyiknek keressük meg a legnagyobb páratlan osztóját. Mennyi az így kapott 1000 darab szám összege?

3. Sára a következő játékot találta ki. Egy füzetlap első sorába felírt egy pozitív egészekből álló számsort. Ezután a következő sorba az előző sor minden száma helyett leírta növekvő sorrendben 1-től az adott számig az összes pozitív egészt. Majd ugyanezzel a módszerrel képezte a második sor számaiból a harmadik sor számait, és így tovább. Ha például az egyik sorban az

5, 1, 2, 3, 2

számsor szerepel, akkor a következő sorba az

1, 2, 3, 4, 5, 1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2

számsor kerül. Hány számot írt Sára a 6. sorba, ha az első sorba az 1, 2, 3, 4, 5 számsort írta?

4. Az  $ABC$  háromszögben  $C$ -nél derékszög van. A  $k_1$  és  $k_2$  hozzáírt körök a háromszögön kívül helyezkednek el, az alábbiak szerint:

- Az  $O_1$  középpontú  $k_1$  kör érinti az  $AC$  befogót az  $E$  pontban, az  $AB$  oldal meghosszabbítását a  $D$  pontban, valamint a  $BC$  oldal meghosszabbítását az  $F$  pontban.
- Az  $O_2$  középpontú  $k_2$  kör érinti a  $BC$  befogót az  $I$  pontban, az  $AB$  oldal meghosszabbítását a  $G$  pontban, valamint az  $AC$  oldal meghosszabbítását az  $H$  pontban.

Bizonyítsd be, hogy a  $k_1$  és  $k_2$  körök sugarának összege megegyezik az  $AB$  szakasz hosszával.

Budapest, 2018. május 26.

A feladatokat összeállította: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Nagy Károl, Steller Gábor.

Lektorálta: Erben Péter, Győry Ákos.

Az NTP-TMV-17-0114. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma és a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.