



48. TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – 1. nap – 2019. május 24.

HETEDIK OSZTÁLY

Minden állításodat bizonyítanod kell. Csak akkor elegendő az eredmény pusztá közlése, ha a feladat szövegében szerepel, hogy „*nincs szükség indoklásra*”.

1. Egy téglalap szomszédos oldalai 4 egység és 7 egység hosszúak. Osszuk fel a téglalapot négy darab tengelyesen szimmetrikus négyszögre úgy, hogy a felosztásban szereplő bármely négyszög bármely oldalának hossza vagy 3 egység, vagy 4 egység legyen!
2. A sík minden pontjához hozzárendeltünk egy egész számot úgy, hogy a következő teljesül: ha A , B , C és D egy négyzet csúcsai, akkor a hozzájuk rendelt számok összege nulla. Lehetséges-e, hogy a sík valamelyik P pontjához nem a nullát rendeltük?

3. Legyen

$$S = 2019^{2019} + 2019^{2018} + 2019^{2017} + \dots + 2019^2 + 2019^1 + 1.$$

Mutasd meg, hogy S -nek van háromjegyű prímosztója.

4. Anna egy szabályos hatszög hat csúcsát kiszínezte pirossal, kézzel vagy sárgával úgy, hogy a szomszédos csúcsok különböző színűek legyenek. Ezután Béla behúzott három átlót úgy, hogy a hatszög belsejében nem keletkezett metszéspont, és mindegyik átló két különböző színű csúcsot kötött össze.
Hányféleképpen nézhet ki ezek után az ábra? A forgatással, tükrözéssel egymásba vihető ábrákat **nem** tekintjük különbözőnek.
5. Robot Robi a következő számolást végzi: ha megadunk neki egy pozitív egész számot, ő elosztja maradékosan 43-mal, majd összeadja a kapott maradékot és hányadost, és leírja az így kapott számot. Egy napon Robinak sorra az 1, 2, 3, ..., 2019 számokat adták meg, és ő mindegyikkel elvégezte a fenti számolást. A Robi által leírt 2019 darab szám között hány darab 7-tel osztható van?

A feladatokat összeállította: Gyenes Zoltán, Jakucs Erika, Nagy Károl, Steller Gábor.

Lektorálta: Damásdi Gábor, Erben Péter.

Az NTP-TMV-18-0024. sz. projektet az Emberi Erőforrások Minisztériuma támogatja.