



50. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKÁVERSENY

Országos döntő – 2021. május 29.

HETEDIK OSZTÁLY

Minden állításodat bizonyítanod kell.

- 14 hetedikes focizik, 7 a 7 ellen. Közülük heten járnak fociedzésre, heten nem. Henrik jár foci-edzésre, és olyan csapatkiosztást szeretne csinálni, hogy az ő csapatában (vele együtt) többen járjanak fociedzésre, mint az ellenfél csapatban. Hányféle ilyen csapatkiosztás van?
- Megadható-e 7 egyenes a síkon úgy, hogy semelyik három ne menjen át egy ponton, és a metszéspontok száma pontosan 16 legyen?
- Annának van 16 doboza négy színben (sárga, piros, kék, zöld) és méretben (kicsi, közepes, nagy, óriás). Ezeket négyesével egymásba pakolja úgy, hogy minden négyes csoportban minden színből és méretből pontosan egy szerepeljen. Miután minden dobozt becsukott, megérkezünk, és szeretnénk megtudni, hogy a négy óriás doboz közül melyik tartalmazza a kicsi sárga dobozt. Állapítsd meg minél kevesebb doboz kinyitásával, hogy melyik óriás dobozban van a kicsi sárga doboz!
Ahhoz, hogy egy dobozt kinyithass, mindegyik nála nagyobb, öt tartalmazó dobozt ki kell nyitnod. A kicsi sárga dobozt tartalmazó dobozt nem muszáj ténylegesen kinyitni. Nem kell indokolni, hogy az általad talált megoldás a lehető legkevesebb kinyitásból áll.
- Bergengóciában kétféle fizetőeszköz van: garas és tallér. A bergengóc nemzeti bank minden reggel kiírja a két fizetőeszköz közti váltás aznapi arányát (pl: 7 garas = 3 tallér). Andrásnak 1100 garasa és 400 tallérja, Bélának 200 garasa és 1700 tallérja, Csabának 800 garasa és 900 tallérja van.
 - Bizonyítsd be, hogy a bank kiírhat olyan váltási arányt, amelynél Csaba vagyona értékesebb Andrásénál és Béláénál is.
 - Csaba a húgának adott 100 tallért, András és Béla vagyona nem változott. Kiírhat-e most a bank olyan váltási arányt, amelynél hármuk közül még mindig Csaba vagyona a legértékesebb?
- Az 1, 2, 3, ..., 32 számok közül szeretnék néhányat bekarikázni úgy, hogy egyszerre teljesüljön a következő két feltétel:
 - nincs a bekarikázott számok közt kettő, melyek közül az egyik 2-szerese a másiknak.
 - nem tudok újabb számot bekarikázni úgy, hogy ne legyen a bekarikázott számok közt kettő, amelyek közül az egyik 2-szerese a másiknak.

Hányféleképpen tehetem ezt meg?

A feladatokat összeállította: Gyenes Zoltán, Hujter Bálint, Nagy Kartal, Pintér Richárd.
Lektorálta: Erben Péter, Steller Gábor.

A 201113/408. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.