TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

# 42 . ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

## ORSZÁGOS DÖNTŐ 2. forduló

## NYOLCADIK OSZTÁLY

1. Bontsd fel a 13157-et négy szám összegére úgy, hogy ha az első részhez 2-t hozzáadunk, a második részből 3-at elveszünk, a harmadik részt 7-tel megszorozzuk, a negyedik részt 11-gyel elosztjuk, akkor mindig ugyanazt a számot kapjuk!

2. Egy tíz résztvevős asztalitenisz versenyen mindenki pontosan egyszer mérkőzött mindenkivel. Az egyes versenyzők győzelmeinek száma $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$, vereségeinek száma rendre $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$. Bizonyítsd be, hogy a versenyzők által szerzett győzelmek száma négyzetének összege ugyanannyi, mint a vereségek száma négyzetének összege.

3. Keress olyan prímszámokat, amelyekre igaz, hogy alkalmas számrendszerben felírva a számrendszer minden számjegyét pontosan egyszer használjuk fel? (0 nem állhat elől!) Igazold, hogy a hetes, illetve a tízes számrendszerben nincs ilyen szám.

4. Legfeljebb hány oldalú lehet egy olyan konvex sokszög, amely feldarabolható olyan derékszögű háromszögekre, amelyek hegyesszögei 30 és 60 fokosak? (Megjegyzés: a feldarabolás során csak ilyen háromszög keletkezhet, másféle sokszög nem.)

5. Bizonyítsd be, hogy minden természetes szám előállítható $a^2 + b^2 - c^2$ alakban, ahol a, b, c egész számok!

Budapest. 2013. június 1.