



50. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKÁVERSENY

Országos döntő – 2021. május 29.

NYOLCADIK OSZTÁLY

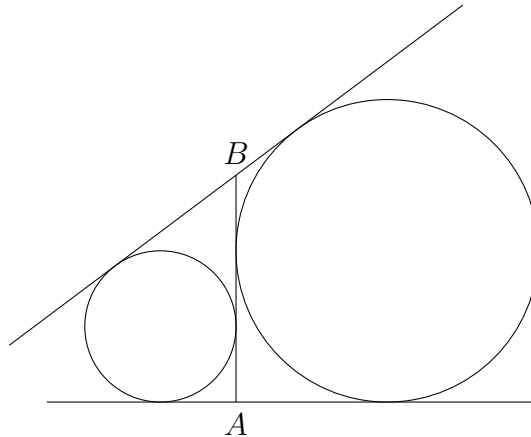
Minden állításodat bizonyítanod kell. Csak akkor elegendő az eredmény pusztá közlése, ha ezt a feladat szövegében külön jeleztük.

- 16 nyolcadikos focizik, 8 a 8 ellen. Közülük heten járnak fociedzésre, kilencen nem. Nóri jár fociedzésre, és olyan csapatkiosztást szeretne csinálni, hogy az ő csapatában (vele együtt) többen járjanak fociedzésre, mint az ellenfél csapatban. Hányféle ilyen csapatkiosztás van?
- Annának van 16 doboza négy színben (sárga, piros, kék, zöld) és méretben (kicsi, közepes, nagy, óriás). Ezeket négyesével egymásba pakolja úgy, hogy minden négyes csoportban minden színből és méretből pontosan egy szerepeljen. Miután minden dobozt becsukott, megérkezünk, és szeretnénk megtudni, hogy a négy óriás doboz közül melyik tartalmazza a kicsi sárga dobozt. Állapítsd meg minél kevesebb doboz kinyitásával, hogy melyik óriás dobozban van a kicsi sárga doboz!
Ahhoz, hogy egy dobozt kinyithass, mindegyik nála nagyobb, öt tartalmazó dobozt ki kell nyitnod. A kicsi sárga dobozt tartalmazó dobozt nem muszáj ténylegesen kinyitni. Nem kell indokolni, hogy az általad talált megoldás a lehető legkevesebb kinyitásból áll.
- Bergengóciában kétféle fizetőeszköz van: garas és tallér. A bergengóc nemzeti bank minden reggel kiírja a két fizetőeszköz közti váltás arányát (pl: 7 garas = 3 tallér). Andrásnak 1100 garasa és 400 tallérja, Bélának 200 garasa és 1700 tallérja, Csabának 800 garasa és 900 tallérja van.
 - a) Bizonyítsd be, hogy a bank kiírhat olyan váltási arányt, amelynél Csaba vagyona értékesebb Andrásénál és Béláénál is.
 - b) Csaba a húgának adott 100 tallért, András és Béla vagyona nem változott. Kiírhat-e most a bank olyan váltási arányt, amelynél hármuk közül még mindig Csaba vagyona a legértékesebb?

FOLYTATÁS A TÚLOLDALON!



4. Két kör érint két egyenest és a két egyenest összekötő AB szakaszt. Az AB szakasz merőleges az A pontot tartalmazó egyenesre. Bizonyítsd be, hogy a két kör sugarának összege egyenlő az AB szakasz hosszával!



5. Egy iskola fekvőtámaszversenyt rendez. Az első fordulóban 8 gyerek áll fel egy körben. Minden fordulóban 1 perc alatt kell minél több fekvőtámaszt megcsinálni. Aki mindkét szomszédjánál kevesebb fekvőtámaszt csinál, annak a forduló végén ki kell állnia a körből. Viszont ha egy forduló végén két szomszédos gyerek egyikének sem kell kiállnia a körből, akkor a két gyerek közé egy újabb gyereket állítanak. A versenynek vége van, ha egy forduló után legfeljebb 3 gyerek áll a körben.

Lehet-e olyan forduló a verseny folyamán, amelyben pontosan

(a) 11 (b) 12

gyerek áll a körben?