



49. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVESENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ
NEGYEDIK OSZTÁLY
JAVÍTÓKULCS

1. Zsófinak 5 darab 4-es és 5 darab 8-as számkártyája van. 100 darab cukorkáját úgy szeretné kupacokba rendezni, hogy mindegyik kupac elé oda tudja tenni a kupacban levő cukorkák számát a számkártyákból kirakva. Keresd meg az összes lehetséges ilyen kirakást! (A kupacok sorrendje nem számít.) Mindegyik kirakás esetén írd le, mely számokat rakta ki Zsófi a kupacok elé!

1. Megoldás:

Csak 4-es és 8-as számjeggyel 4-es 8-as, 44-es, 48-as, 84-es, 88-as számot írhat le, mert 100-nál nagyobb szám nem lehet. Így a 100 cukorkának a következő elrendezései lehetnek:

$$88 + 8 + 4$$

$$88 + 4 + 4 + 4$$

$$84 + 8 + 8$$

$$84 + 8 + 4 + 4$$

$$84 + 4 + 4 + 4 + 4$$

$$48 + 48 + 4$$

$$48 + 44 + 8$$

$$48 + 44 + 4 + 4$$

$$44 + 44 + 8 + 4 \text{ (itt a 8-as tovább nem bontható, mert csak 5 db 4-es van)}$$

A tízes helyi értékre nem elég egy 4-es kártyát tenni, mert akkor egyesekből 60-at kellene kirakni, viszont a megmaradt kártyák az egyes helyi értéken $5 \cdot 8 + 4 \cdot 4 = 56 < 60$ -at érnek.

2. megoldás

Egyszerűbb számolást igényel a lehetőségek összegyűjtése, ha észrevesszük, hogy mindegyik szám 4 többszöröse, és a 25 kirakásait keressük 2-es és 1-es számjegyek segítségével:

$$22 + 2 + 1$$

$$22 + 1 + 1 + 1$$

$$21 + 2 + 2$$

$$21 + 2 + 1 + 1$$

$$21 + 1 + 1 + 1 + 1$$



$12 + 12 + 1$

$12 + 11 + 2$

$12 + 11 + 1 + 1$

11 + 11 + 2 + 1, amelyekből 4-gyel szorzással adódnak a megoldások.

A feladat teljes megoldása

7 pont

2. Galagonyafalván a híres varázsitalt galagonyabogyóléből és varázsűfűfőzetből keverik. A varázsital csak akkor hatásos, ha 1 liter galagonyabogyóléhez 5 liter varázsűfűfőzetet adnak. A galagonyabogyólé és a varázsűfűfőzet egy-egy hordóban van előkészítve, azonban a keverék elkészítéséhez csak egy 3 literes és egy 10 literes edény áll rendelkezésre, minden más edényt és mérőeszközt egy gonosz varázslat eltüntetett. Hogyan lehet elkészíteni 6 liter varázsitalt?

Megoldás: A galagonyabogyólét G-vel, a varázsűfűfőzetet V-vel jelöljük:

3 literes	0	3G	0	3G	0	3G	0	1G	1G2V	1G2V	0	3V	0
10 literes	10 G	7G	7G	4G	4G	1G	1G	10 V	8V	0	1G2V	1G2V	1G5V

A teljes megoldás

7 pont

3. Gabi és Zsuzsi együtt 76 évesek, Zsófi és Dorka pedig együtt 53 évesek 2020-ban. Hány évvel ezelőtt volt Zsófi és Dorka együtt feleannyi idős, mint Gabi és Zsuzsi együtt? (Tudjuk, hogy Dorka a legfiatalabb, és már ő is elmúlt 20 éves.)
Írd le a megoldás menetét is!

Megoldás:

Gabi és Zsuzsi együtt $76 - 53 = 23$ évvel idősebb Zsófi és Dorka együttes életkoránál. Így amikor Zsófi és Dorka együtt feleannyi idős, mint Gabi és Zsuzsi együtt, akkor Zsófi és Dorka együtt 23 éves.

4 pont

Ekkor ketten együtt $53 - 23 = 30$ évvel voltak fiatalabbak, ami $30 : 2 = 15$ évvel ezelőtt volt. (15 évvel ezelőtt már Dorka is élt, tehát valóban 2 évet öregedtek együtt évente.)

2 pont

Tehát $2020 - 15 = 2005$ -ben volt Zsófi és Dorka együtt feleannyi idős, mint Gabi és Zsuzsi együtt.

1 pont

4. Az asztalon 24 pohár van: 8 pohár tele van szörppel, 8 pohár félig, 8 pohár pedig üres. Három tálca van, egy pöttyös, egy csíkos és egy virágos. Helyezd el a poharakat a tálcákra az összes lehetséges módon úgy, hogy mindegyik tálcán



ugyanannyi pohár legyen, mindegyik fajta pohárból legyen legalább egy, és mindegyik tálcán ugyanannyi szörp legyen a poharakban összesen!

Megoldás:

Összesen $8 \cdot 2 + 8 = 24$ fél pohár szörp van, minden tálcára 8 fél pohár szörp jut, ami 4 egész pohárnak felel meg, azaz a fél poharokból ki kell tudni rakni egész poharat minden tálcán. Így egy tálcán vagy 2 vagy 4 fél pohár van, mivel mindenképpen kell legyen legalább egy fél pohár. Mivel 8 fél pohár van, ez csak úgy lehet, hogy két tálcán 2, egy tálcán 4 fél pohár van.

A 4 fél pohár mellé 2 egész pohár kell, és még 2 üres.

A 2 fél pohár mellé mindenképpen 3 teli pohár kell és 3 üres. Így az egy tálcán levő poharakat meghatároztuk.

Egy lehetőség a következő:

1. lehetőség	teli	félíg	üres
pöttyös tálca	2	4	2
csíkos tálca	3	2	3
virágos tálca	3	2	3

5 pont

Még azt változtathatjuk, hogy melyik tálcára került 4 fél pohár, így a fenti lehetőségen kívül még 2 lehetőség van:

2. lehetőség	teli	félíg	üres
pöttyös tálca	3	2	3
csíkos tálca	2	4	2
virágos tálca	3	2	3

3. lehetőség	teli	félíg	üres
pöttyös tálca	3	2	3
csíkos tálca	3	2	3
virágos tálca	2	4	2

2 pont

Ha a versenyző indoklás nélkül leír egy lehetőséget, akkor csak 3 pontot kapjon, utána minden további lehetőség 1 pont.

Ha rossz elrendezést is írt, akkor 1-gyel kevesebb pontot kapjon, de 0-nál kevesebb pontot nem kaphat.



5. Gabi és Zsuzsi egy halakból álló logikai készlettel játszanak, amelyben minden halnak négyféle tulajdonsága van: a formája, a mérete, a mintája és a színe. Egy hal formája szerint kétféle lehet: vagy kerek, vagy hosszúkás;

mérete szerint kétféle: vagy kicsi, vagy nagy;

mintája szerint háromféle: vagy pöttyös, vagy kockás, vagy csíkos;

színe szerint háromféle: vagy kék, vagy szürke, vagy arany; (például egy hal a készletből a kerek, kicsi, kockás, aranyszínű hal). A készletben az összes lehetséges hal előfordul ezekkel a tulajdonságokkal.

Zsuzsi ezek közül gondolt egy halra, Gabi pedig a következőképpen próbálta kitalálni, hogy melyik halra gondolt Zsuzsi: Gabi felmutatott egy halat, Zsuzsi pedig megmondta, hogy a mutatott halnak hány közös tulajdonsága van a gondolt hallal (például a nagy, csíkos, kerek, kék halnak a kicsi, csíkos, hosszúkás, arany hallal egy közös tulajdonsága van, mindkettő csíkos).

a) Az első játék alkalmával Gabi a következőket tudta meg a Zsuzsi által gondolt halról:

A gondolt hallal

- 0 közös tulajdonsága van a nagy, kockás, hosszúkás, szürke halnak;
- 1 közös tulajdonsága van a kicsi, csíkos, hosszúkás, arany halnak.

Melyik halra gondolt Zsuzsi az első játékban?

b) A játékot még egyszer lejátszották, a második játék alkalmával Gabi a következőket tudta meg a Zsuzsi által gondolt halról:

A gondolt hallal

- 1 közös tulajdonsága van a nagy, kockás, kerek, kék halnak;
- 1 közös tulajdonsága van a nagy, pöttyös, kerek, kék halnak;
- 2 közös tulajdonsága van a nagy, kockás, hosszúkás, kék halnak;
- 2 közös tulajdonsága van a kicsi, pöttyös, kerek, kék halnak.

Melyik halra gondolt Zsuzsi a második játékban?

Megoldás:

a) Az első gondolt hallal 0 közös tulajdonsága van a nagy, kockás, hosszúkás, szürke halnak, ezért a gondolt hal **kicsi, kerek**, nem kockás és nem szürke.

1 közös tulajdonsága van a kicsi, csíkos, hosszúkás, arany halnak, ez a kicsi, tehát a gondolt hal nem csíkos és nem arany. Így a gondolt hal nem kockás és nem csíkos, tehát **pöttyös**. Nem szürke és nem arany, tehát **kék**.

Az első gondolt hal **kicsi, kerek, pöttyös és kék**.

3 pont



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titkarsag@fitnet.hu; Honlap: www.fitnet.hu; www.ixam.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

Nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



b) A második gondolt hallal 1 közös tulajdonsága van a nagy, kockás, kerek, kék hálnak és a nagy, pöttyös, kerek, kék hálnak. Ezek csak a mintájukban térnek el egymástól, a többi tulajdonságuk közös. Mivel a minta megváltoztatásával nem nőtt és nem is csökkent a hal egyező tulajdonságainak száma, ezért a gondolt hal nem kockás és nem is pöttyös, tehát **csíkos**.

A második gondolt hallal 1 közös tulajdonsága van a nagy, pöttyös, kerek, kék hálnak, 2 közös tulajdonsága van a kicsi, pöttyös, kerek, kék hálnak, amelyek csak méretükben különböznek, így a gondolt hal **kicsi**.

A második gondolt hallal 1 közös tulajdonsága van a nagy, kockás, kerek, kék hálnak, 2 közös tulajdonsága van a nagy, kockás, hosszúkás, kék hálnak, amelyek csak formájukban különböznek, így a gondolt hal **hosszúkás**.

A hal kicsi, csíkos és hosszúkás, csak úgy lehetnek meg a jó tulajdonságok, ha kék.

Tehát a második gondolt hal **kicsi, csíkos, hosszúkás, kék**.

4 pont