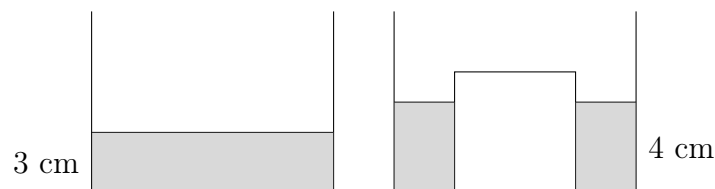


## 51. TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – 1. nap – 2022. május 27.

## NYOLCADIK OSZTÁLY

1. Piroska leírt a füzetébe néhány prímszámot. Észrevette, hogy mindegyik számjegyet pontosan egyszer használta, kivéve a 0-t, melyet egyszer sem. Legfeljebb hány prímszámot írhatott le Piroska?
2. Egy pingpongbajnokságon 5 balkezes és 8 jobbkezes játékos vett részt, és mindenki mindenki-vel pontosan egy meccset játszott. Ugyanannyi meccset nyert jobbkezes játékos, mint balkezes. Hányszor fordult elő, hogy egy balkezes megvert egy jobbkezeset?
3. Van egy kisebb és egy nagyobb kockánk. A kisebb kockát teletöltöttük vízzel. Ezután az összes vizet áttöltöttük a nagyobb kockába (amely valamelyik lapján támaszkodva áll az asztalon), így a nagyobb kockában 3 cm magasan áll a víz. Ezután a kisebb kockát is beleraktuk a nagyobb kockába úgy, hogy annak az egyik lapja a nagyobb kocka aljához tapadjon, de a víz ne folyjon bele a kisebb kockába. Ennek hatására a nagyobb kockában 1 cm-rel megemelkedett a vízszint. Határozzuk meg a kockák élhosszúságait.



4. Ali és Bori egy  $4 \times 4$ -es táblázat néhány mezőjét szeretné kifesteni pirosra úgy, hogy minden sorban és oszlopban legalább egy piros mező legyen. Ali szerint a lehetséges színezések száma páratlan, Bori szerint páros. Melyiküknek van igaza?  
*A táblázatot nem lehet elforgatni vagy tükrözni.*
5. Az  $ABCD$  konvex négyszögnek megrajzoltuk mind a négy belső szögfelezőjét. Az  $A$ -nál levő szög belső szögfelezője a  $P$  pontban metszi a  $B$ -nél levő szög belső szögfelezőjét. A  $B$ -nél levő szög belső szögfelezője a  $Q$  pontban metszi a  $C$ -nél levő szög belső szögfelezőjét. A  $C$ -nél levő szög belső szögfelezője az  $R$  pontban metszi a  $D$ -nél levő szög belső szögfelezőjét. A  $D$ -nél levő szög belső szögfelezője az  $S$  pontban metszi az  $A$ -nál levő szög belső szögfelezőjét. Bizonyítsuk be, hogy ha az így keletkezett  $PQRS$  négyszög rombusz, akkor négyzet is.