TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176.
E-mail: titkarsag@titnet.hu; honlap: www.titnet.hu; www.kalmarverseny.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900; fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

51. TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

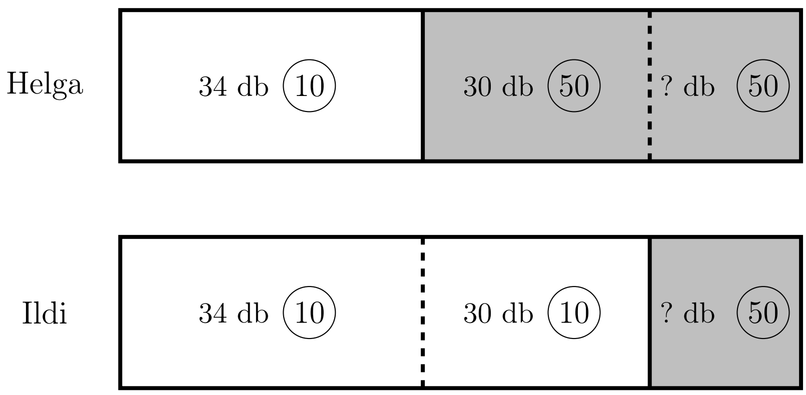
Országos döntő – 2. nap – 2022. május 28.

ÖTÖDIK OSZTÁLY

JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

1. Helga és Ildi pénzérmékben tartja megtakarított pénzét. Helgának 34 tízforintosa és valamennyi ötvenforintos érméje van. Ildinek 64 tízforintos és néhány ötvenforintos érméje van. Érdekes módon összesen pontosan ugyanannyi darab pénzérméjük van. Helga lemérte, mennyi érméi össztömege és 492 grammot kapott. Mennyi Ildi érméinek össztömege, ha tudjuk, hogy az ötvenforintos érme pontosan két grammal nehezebb, mint a tízforintos érme?

Megoldás. Mivel Ildinek 30-cal több tízforintosa van, csak úgy lehet azonos számú érméjük, ha Helgának 30-cal több ötvenforintosa van. (***2** pont*)



Ha mindkét lány félretesz fejenként 34 tízforintost, és annyi ötvenforintost, amennyije Ildinek van, akkor Helgánál marad 30 ötvenforintos, Ildinél pedig 30 tízforintos. (***1** pont*)
Tudjuk, hogy az ötvenforintos 2 grammal nehezebb a tízforintosnál, vagyis Helga érméinek tömege $30 \cdot 2 = 60$ grammal több. (***2** pont*)

Tehát Ildi érméinek össztömege $492 - 60 = 432$ gramm. (***2** pont*)

Összesen: 7 pont

2. Kolos egyforma kockákból épített egy testet. Ezután elkészítette a test „nyársábráját”: felírta, hogy elölről, illetve balról nézve az egyes helyeken hány kockát „nyársalna fel”, ha az adott helyen átszúrná a rajzot a rajzsíkra merőlegesen.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176.
E-mail: titkarsag@titnet.hu; honlap: www.titnet.hu; www.kalmarverseny.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900; fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

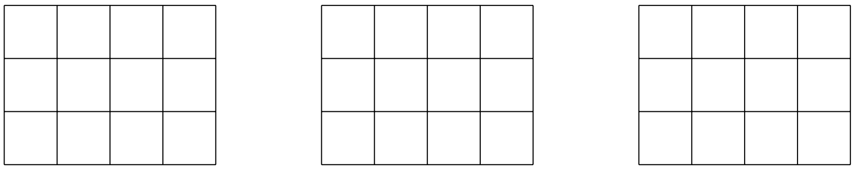
	1		
1	2	2	1
3	2	2	1

Elölről nézve

1		
2	3	1
2	4	2

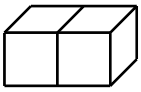
Jobbról nézve

Színezzük ki a megadott mintában a kockák helyét.



Alsó szint Középső szint Felső szint

Az építmény nincs összeragasztva, azaz minden olyan kocka alatt, amely nem a legalsó szinten van, kell legyen egy másik kocka. Alább egy egyszerűbb építmény nyársábrája látható.



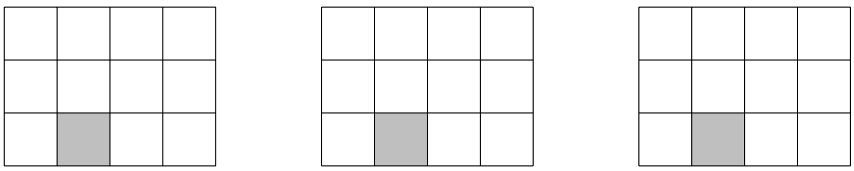
1	1

Elölről nézve

2

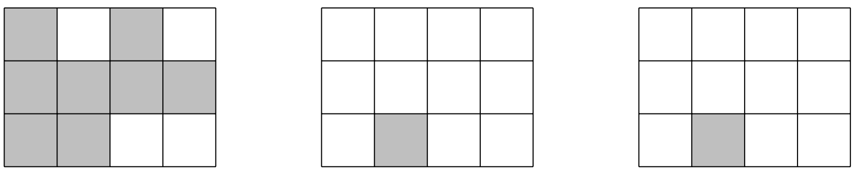
Jobbról nézve

Megoldás. A felső szinten egyetlen kocka van, a két egyes kijelöli a pontos helyét. (***1*** *pont*)
A középső és az alsó szinten is kell lennie kockának ezen a pozíción. (***1*** *pont*)



Alsó szint Középső szint Felső szint

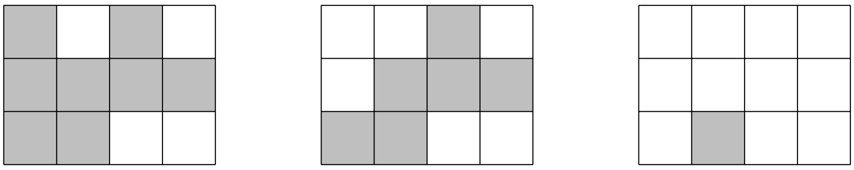
Az alsó szinten kitölthetjük a tele sorokat és oszlopokat. (***2*** *pont*)
Utána már csak egy kocka hiányzik, aminek helye egyértelmű. (***1*** *pont*)



Alsó szint Középső szint Felső szint

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176.
E-mail: titkarsag@titnet.hu; honlap: www.titnet.hu; www.kalmarverseny.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900; fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

Végül a középső szint kitöltése is egyértelművé vált, ha figyelembe vesszük, hogy minden kocka alatt is kell kockának lennie az alsó szinten. (*2 pont*)
Tehát a teljes színezés így néz ki:



Alsó szint   Középső szint   Felső szint

Összesen: 7 pont

Megjegyzés: Ha valaki indoklás nélkül rajzolja fel a helyes ábrát, akkor 4 pontot kapjon.

3. Sanyi a Harry Potter-napokon szeretné megnézni mind a nyolc filmet a kedvenc mozijában. A moziban három napon adják a filmeket, mindhárom napon 1-2-3-4-5-6-7-8 sorrendben, és Sanyi is ilyen sorrendben szeretné látni őket, mindegyiket pontosan egyszer. A filmek megnézését több napra is oszthatja, de lehetnek olyan napok, amikor egy részt se néz meg.
Hányféleképpen teheti ezt meg?

Megoldás. Aszerint csoportosítjuk az eseteket, hogy Sanyi néz-e filmet a második napon.

- Ha a második napon Sanyi nem megy moziba, akkor a nyolc filmet az első és a harmadik nap között osztja szét, beleértve azt is, hogy mindet megnézi egyetlen nap alatt. Ez $\boxed{\text{9 eset}}$, mert az első napon $0, 1, 2 \ldots, 8$ részt láthat. (*2 pont*)

- Ha a második napon megy moziba Sanyi, akkor elég azt megszámolni, hogy melyik résszel kezd és melyikkel fejezi be ezen a napon, mert innen egyértelmű, hogy az első és a harmadik napon mit kell megnéznie.
  - Ha csak egy részt lát a második napon, az nyolcféle lehet, ez $\boxed{\text{8 eset}}$. (*2 pont*)
  - Ha legalább két részt, akkor az $\{1, 2, \ldots, 8\}$ halmazból kell 2 számot választania (második napi első és utolsó résznek), ez $\boxed{\frac{8\cdot 7}{2} = 28 \text{ eset}}$. (*2 pont*)

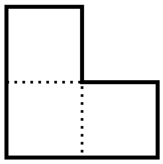
Összesen tehát $\boxed{9 + 8 + 28 = 45}$ lehetősége van Sanyinak terve végrehajtására. (*1 pont*)

Összesen: 7 pont

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176.
E-mail: titkarsag@titnet.hu; honlap: www.titnet.hu; www.kalmarverseny.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900; fax: 327-8901
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

4. L-triominókból szeretnénk egy négyzetet építeni úgy, hogy semelyik két triominó ne álljon össze egy 2×3 -as téglalappá. Legalább hány triominot kell ehhez felhasználnunk?

Az ábrán egy L-triominó látható. A triominókat el lehet forgatni, de oldalaiknak a négyzet oldalaival párhuzamosaknak kell lenniük. Az építés során sem hézag, sem átfedés nem keletkezhet.

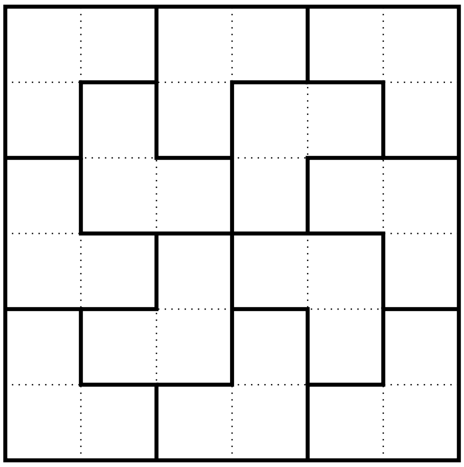


Megoldás. Mivel egy triominó három kis négyzetből áll, a legkisebb lehetséges szóba jövő triominószám a 3. (***1*** *pont*)

A három triominóból álló 3×3-as négyzetet nem lehet megépíteni, mert a négyzet négy sarkát csak négy különböző triominó fedhetné le. (***2*** *pont*)

Ezután a következő szóba jövő triominószám a 12. (***1*** *pont*)

12 db L-triominóból összeállítható egy négyzet, például az alábbi módon:



(***3*** *pont*)

Összesen: 7 pont

A feladatokat összeállította: Hujter Bálint, Károlyi Gergely, Nagy Kartal, Pintér Richárd.
Lektorálta: Erben Péter, Steller Gábor.