TIT - Kalmár László Matematikaverseny

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: kapcsolat@kalmarverseny.hu; titkarsag@titnet.hu
Honlap: https://www.kalmarverseny.hu
Adószám: 19002457-2-42

52. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

DÖNTŐ
ELSŐ NAP – 2023. május 26.

NEGYEDIK OSZTÁLY

Megoldásaid indoklását csak azoknál a feladatoknál kell leírnod, ahol ezt külön beleírtuk a feladatba!

1. Benedict professzor három kérdést tett fel négy gyereknek. Minden kérdésre egy szám volt a helyes válasz. A gyerekek válaszai a következők voltak:
   - Reynie: 1. kérdés: 3; 2. kérdés: 7; 3. kérdés: 4.
   - Ragacs: 1. kérdés: 1; 2. kérdés: 5; 3. kérdés: 4.
   - Kate: 1. kérdés: 3; 2. kérdés: 5; 3. kérdés: 3.
   - Constance: 1. kérdés: 1; 2. kérdés: 5; 3. kérdés: 4.

   Mi a helyes válasz a kérdésekre, ha tudjuk, hogy mindegyik gyereknek pontosan egy helyes válasza volt?

   1. kérdés: ……………..; 2. kérdés: ……………..; 3. kérdés: …………….. .

   Megoldás:
   1. kérdés: ………1…...; 2. kérdés: …………7…; 3. kérdés: ……3……...

   Ha a 3. kérdésre a 4 lenne a helyes válasz, akkor a Reynie-nek, Ragacsnak és Constance-nak is megvan az egy jó válasza, a másik két válaszuk rossz. Így az 1. kérdésre se a 3, se az 1 nem jó válasz, a 2. kérdésre se a az 5, se a 7 nem jó válasz, így Kate-nek nem lenne egy helyes válasza sem. Tehát a 3. kérdésre a 3 a helyes válasz. Kate-nek ez az egyetlen helyes válasza, ezért a 2. kérdésre az 5 rossz, és az 1. kérdésre a 3 rossz válasz. Mivel Reynie-nek van helyes válasza, ez csak a 2. kérdésre adott 7 lehet. Ragacsnak és Constance-nak csak az 1. kérdésre adott 1-es válasz lehet az egyetlen helyes válasza.

   Teljes megoldás 7 pont.

2. A negyedikesek Quarto bajnokságot rendeztek. Minden alkalommal két versenyző játszott egymással. A győztes 5 pontot, a vesztes 1 pontot kapott, döntetlen esetén pedig mindkét játékos 3 pontot kapott. Minden versenyző mindegyikkel egyszer játszott. A bajnokság 1. helyezettje 39 pontot szerzett, az utolsó helyezett pedig 11 pontot.
   a) Hány versenyző játszott a bajnokságban, ha tudjuk, hogy az utolsó helyezett sem vesztette el az összes meccsét?
   b) Hány meccset nyerhetett a győztes?

A 201108/03097. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

Nemzeti Kulturális Alap
EMBERI ERŐFORRÁS TÁMOGATÁSKEZELŐ

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: kapcsolat@kalmarverseny.hu; titkarsag@titnet.hu
Honlap: https://www.kalmarverseny.hu
Adószám: 19002457-2-42

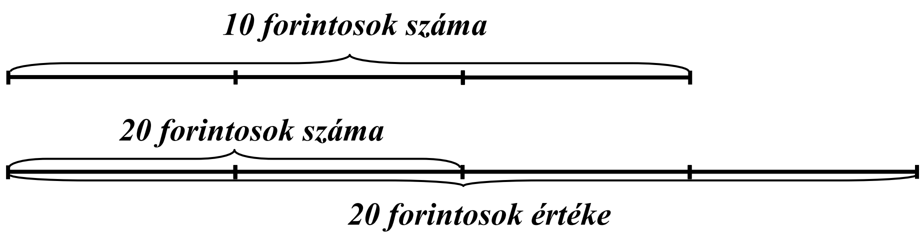
Válaszaidat indokold!

Megoldás:
Az utolsó helyezett 11 pontot szerzett, és nem vesztette el az összes meccsét. Úgy lehetett a legtöbb meccs, ha az utolsó helyezett egy döntetlent játszott, ezzel 3 pontot szerzett, és a többi 8 pontját 8 vereséggel szerezte. Ez azt jelenti, hogy mindegyik játékos legfeljebb 9 meccset játszott.
Az 1. helyezett 39 pontot szerzett, ami azt jelenti, hogy legalább 8 meccse volt, mert 7 meccsen legfeljebb 7·5= 35 pontot lehetett szerezni.
8 meccse nem lehetett egy játékosnak, mert az utolsó helyezett 7 vereség 1 döntetlennel csak 10 pontot szerzett volna, 6 vereség 2 döntetlennel meg már 12 pontot, több döntetlennel pedig ennél is több pontot, így éppen 11 pontot nem szerezhetett 8 meccsen.
Tehát mindegyik játékos csak 9 meccset játszhatott.
Ez tényleg lehetséges, ha az utolsó helyezett 1 döntetlent játszott és 8-szor kikapott.
Az 1. helyezett úgy szerezhetett 9 meccsen 39 pontot, ha 6 győzelem mellett 3-szor döntetlent játszott: 6·5+3·3 = 39 vagy 7 győzelem mellett 1 döntetlent játszott és 1-szer kikapott: 7·5+3+1=39.
Az 1. helyezett 8-szor nem győzhetett, mert akkor legalább 40 pontja lenne.
Ha az 1. helyezett legfeljebb 5-ször győzött volna, akkor ezzel 5·5=25 pontja lenne, még 14 pontot kellett volna szereznie 4 meccsen, ami nem lehet, mert döntetlennel is csak 3 pontot szerez meccsenként, 4 meccsen pedig legfeljebb 4·3= 12 pontot szerezhetett volna.
Tehát mindegyik játékos 9 meccset játszott, ami azt jelenti, hogy 10 versenyző volt a bajnokságban.
Az 1. helyezett 6-szor vagy 7-szer győzött.

Teljes megoldás indoklással együtt 7 pont.

3. Gellért feltörte a perselyét, amelybe 10 forintosokat és 20 forintosokat dobált egész évben. Összesen 5600 forintot talált benne: a 20 forintosok számának fele ugyanannyi volt, mint a 10 forintosok számának harmada. Hány 10 forintos és hány 20 forintos volt Gellért perselyében? Írd le a megoldás menetét is!

Megoldás:
A 10 forintosok számát jelölje 3 szakasz, ekkor a 20 forintosok számát két szakasz jelöli.
Ha a 10 forintosok értéke 3 szakasz, akkor a 20 forintosok értéke 4 szakasz.



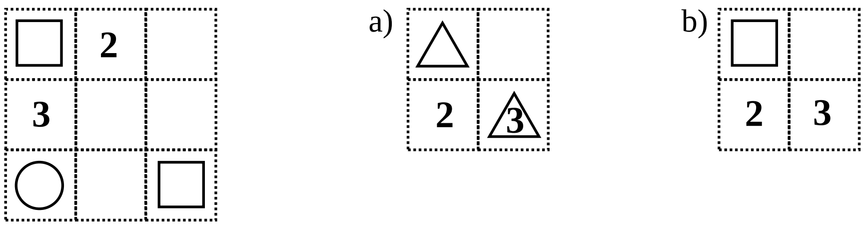
A 201108/03097. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

TIT - Kalmár László Matematikaverseny
TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: kapcsolat@kalmarverseny.hu; titkarsag@titnet.hu
Honlap: https://www.kalmarverseny.hu
Adószám: 19002457-2-42

Ez a 7 szakasz összesen 5600 Ft, ezért egy szakasz 5600 : 7 = 800 Ft-nak felel meg. Így a 10 forintosok értéke 2400, a 20 forintosok értéke 3200 Ft. Tehát 240 db 10 forintos és 160 db 20 forintos volt.

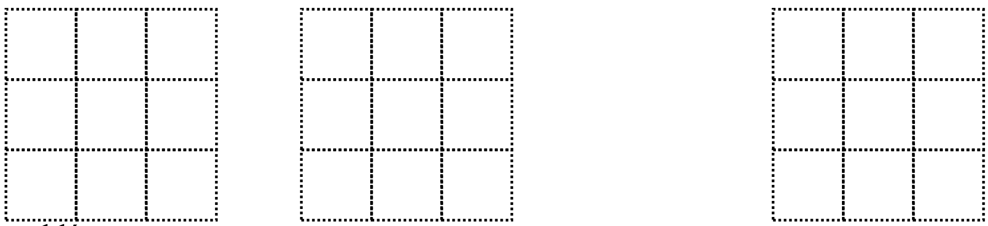
Ellenőrzés:
240 : 3 = 160 : 2 és 240 · 10 + 160 · 20 = 2400 + 3200 = 5600.
Teljes megoldás indoklással együtt 7 pont.

4. Gabi és Zsuzsi készített három darab háromszög alakú kártyát, három négyzet alakút és három kör alakút. Mindegyik kártyára egy-egy számot írtak az 1, 2, és 3 számok közül úgy, hogy nem volt két kártya, amelyeknek az alakja és a ráírt szám is egyforma lett volna. Majd Gabi kirakta a kilenc kártyát a szaggatott vonallal jelölt 3x3-as négyzethálóra úgy, hogy Zsuzsi nem látta, mit rakott ki. Ezután Gabi lerajzolta a négyzetháló néhány részletét Zsuzsinak elforgatás nélkül. Néhol csak a kártya alakját, néhol csak a számot adta meg, de volt olyan is, ahol a kártya alakját és a beleírt számot is lerajzolta. Gabi a következő ábrákat rajzolta le a kirakásról:

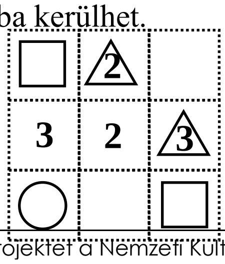


Segíts Zsuzsinak kitalálni, mit rakott ki Gabi! Rajzold bele a 3x3-as négyzethálóba, hogyan rakta ki Gabi a kilenc kártyát! Rajzold a négyzetháló négyzeteibe az ott levő kártya alakját, és mindegyikbe írd bele a megfelelő számot!

Itt próbálkozhatsz: Ez a végleges megoldás:

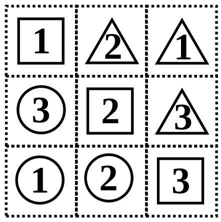


Megoldás:
Az a)-val jelölt 2x2-es négyzet a megadott alakzatok miatt csak a nagy négyzet bal alsó, vagy jobb felső sarkába kerülhetne, de ha bal alsó sarkába tesszük, két háromszögbe rajzolt 3-ast kapnánk, ezért csak a jobb felső sarkába kerülhet.



A 201108/03097. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.
Nemzeti Kulturális Alap
EMBERI ERŐFORRÁS TÁMOGATÁSKEZELŐ

Ha a b)-vel jelölt 2x2-es négyzet a nagy négyzet bal alsó sarkában lenne, akkor a nagy négyzet bal alsó sarkában a kör alakú kártyán 2, a felette levő négyzeten 3-as állna, így egyik 2-es sem lehetne négyzet alakú kártyán. Ez a 2x2-es négyzet csak a nagy négyzet jobb alsó sarkában lehet. Ekkor a középső oszlop legalsó helyén 2-es kör alakú kártyán kell, hogy álljon. Három darab 3-as látszik, ezért az üres körben és négyzetben csak 1-es lehet, a jobb felső sarokban pedig háromszög kártyán áll 1-es. A baloldali oszlopban a középső 3-as kör alakú kártyán áll.



5. Az erőt adó varázsital főzésének titka, hogy pontosan 45 percig kell főzni. A varázslótanoncnak azonban csak egy 50 perces, egy 30 perces és egy 25 perces homokórája van (A 25 perces homokórában a felfordítás után a homok éppen 25 perc alatt pereg le, ekkor meg lehet fordítani, és újra mér 25 percet. A homokórát bármikor meg lehet fordítani közben is, ha tudjuk, addig hány perc telt el, viszont nem lehet látni, hogy mikor pereg le a homok fele, harmada, stb.) Hogyan tud a varázslótanonc kimérni pontosan 45 percet ezekkel a homokórákkal? Írd le, hogy a varázslótanonc melyik homokórát mikor fordítsa meg, mikor kezdje főzni a varázsitalt, és mikor fejezze be a főzést!

   1. megoldás:
      Fordítsuk fel az 50 perces és a 30 perces homokórát!
      Amikor a 30 perc letelt, kezdjük el főzni a varázsitalt! az 50 perces homokórából még maradt 20 perc.
      Amikor az 50 perc letelt, fordítsuk fel a 25 perces homokórát, és amikor ez letelt, készen van a varázsital.

   2. megoldás:
      Fordítsuk fel a 25 perces és a 30 perces homokórát!
      Amikor a 25 perces letelt, fordítsuk fel az 50 perces homokórát!
      Amikor a 30 perces letelt, kezdjük el főzni a varázsitalt, és főzzük addig, amíg az 50 perces letelik.

   Teljes megoldás 7 pont.

A 201108/03097. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

Nemzeti Kulturális Alap

EMBERI ERŐFORRÁS TÁMOGATÁSKEZELŐ