TIT - Kalmár László Matematikaverseny

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: kapcsolat@kalmarverseny.hu; titkarsag@titnet.hu
Honlap: https://www.kalmarverseny.hu
Adószám: 19002457-2-42

52. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

DÖNTŐ
MÁSODIK NAP – 2023. május 27.

NEGYEDIK OSZTÁLY

Megoldásaid indoklását csak azoknál a feladatoknál kell leírnod, ahol ezt külön beleírtuk a feladatba!

1. Sorold fel azokat a 3000-nél nagyobb négyjegyű páros számokat, amelyeknek van olyan helyi értéke, amelyen 4-es áll, és a másik három helyi értéken álló számjegyek összege szintén 4!

   Megoldás:
   Megnézzük, hogy mik lehetnek a szám számjegyei, és ezeket hányféle sorrendben lehet leírni úgy, hogy az első számjegy legalább 3 legyen, az utolsó számjegy pedig páros legyen.

   4400: a második 4-es 3 helyen lehet: 3 lehetőség: 4400; 4040; 4004.
   4310: kezdődhet 4-gyel, ekkor 2 lehetőség van: 4310; 4130,
   vagy kezdődhet 3-mal, ekkor 4 lehetőség van: 3410; 3140; 3014; 3104.
   4220: a 0 3 helyen lehet: 3 lehetőség: 4220; 4202; 4022.
   4211: csak egyféle lehet: 1 lehetőség: 4112.

   Összesen 13 lehetőség.
   Teljes megoldás 7 pont

2. Dorka, Borka és Zorka hármasikrek. Dorka, a legidősebb, mindig igazat mond, Borka a következő mindig hazudik, Zorka a legfiatalabb hol igazat mond, hol hazudik. Elemér, a család régi barátja nem tudja megkülönböztetni a kanapén sorban egymás mellett ülő lányokat, ezért feltesz néhány kérdést.

   Megkérdezi a baloldalitól: „Ki ül középen?” A válasz: „Ő Dorka.”
   Megkérdezi a középen ülőtől: „Hogy hívnak?” „Zorka vagyok.” – hangzik a válasz.
   Megkérdezi a jobboldalitól: „Ki ül középen?” „Ő Borka.”

   Ettől Elemér teljesen összekavarodott. Segíts neki, hogy hívják a baloldalon ülő lányt, a középen ülőt és a jobboldalon ülőt?

A 201108/03097. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: kapcsolat@kalmarverseny.hu; titkarsag@titnet.hu
Honlap: https://www.kalmarverseny.hu
Adószám: 19002457-2-42

1. megoldás:
A középső lány nevéről három különböző állítás hangzik el, ezek közül egy lehet igaz, a másik kettő hamis.
A középső Dorka nem lehet, mert akkor igazat kellene mondania, viszont a középső azt állítja magáról, hogy ő Zorka, ez nem lehet igaz.
Ha a középső Zorka lenne, akkor a másik kettő hazudna, így nem lehetne egyik sem Dorka, aki mindig igazat mond.
Tehát a középső Borka kell legyen, aki mindig hazudik, a baloldali éppen hazudik, ezért csak Zorka lehet. A jobboldali mond igazat, ezért ő Dorka.

2. megoldás:
A baloldali nem lehet Dorka, mert igazat kellene mondania, így nem mondhatta volna másra, hogy Dorka.
A középső sem mond igazat, ezért ő sem Dorka.
Csak a jobboldali mondhat igazat, ő Dorka. Így a középső Borka, hazudik, és a baloldali Zorka, aki épp hazudik.
Teljes megoldás 7 pont.

3. Gilbó megkérdezte Ilmót, hány focis kártyája van. Ilmó így válaszolt:
Ha a kártyáimat 3 egyforma kupacba raknám, akkor 2 kártya kimaradna, ezeket neked adnám.
Ha a megmaradt kártyáimat ezután 4 egyforma kupacba raknám, akkor 3 kártya maradna ki, ezeket is neked adnám. Az ezután megmaradt kártyáimat már szét tudnám osztani 5 kupacba egyformán úgy, hogy nem maradna ki egy kártya sem.
Ilmó még elárulta, hogy 100-nál több, de 300-nál kevesebb kártyája van.
Hány focis kártyája lehet Ilmónak? Megoldásodat indokold!

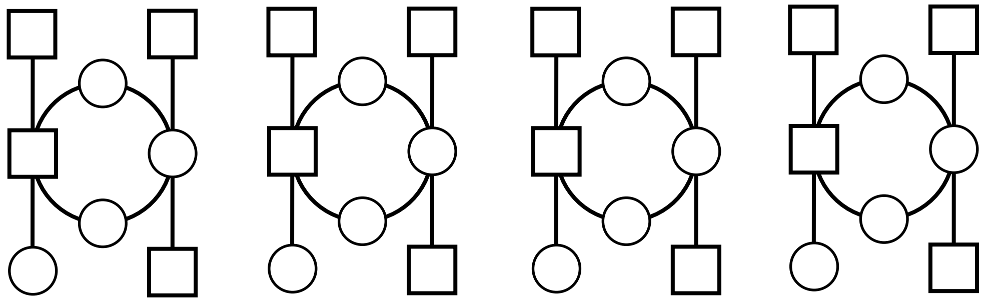
Megoldás:
A kártyákból 2 kártyát elvéve a megmaradt kártyák száma 3 többszöröse.
Ezekből 3 kártyát elvéve a megmaradt kártyák száma továbbra is 3 többszöröse, viszont most már 4-nek is többszöröse. Mivel ezek 5 egyforma kupacba oszthatók, ezért ezeknek a kártyáknak a száma 3-nak, 4-nek és 5-nek is többszöröse. A legkisebb ilyen szám a $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$. Összesen $2 + 3$ kártyát vettünk el, így a kártyák száma 60 többszörösénél 5-tel több.
$1 \cdot 60 + 5 = 65 < 100$, ezért nem lehet. $2 \cdot 60 + 5 =$ **125**, $3 \cdot 60 + 5 =$ **185**, $4 \cdot 60 + 5 =$ **245** három lehetőség. $5 \cdot 60 + 5 = 305 > 300$, ezért ez nem lehet.
Teljes megoldás indoklással együtt 7 pont.

4. Írd be 1-8-ig a számokat a körökbe és a négyzetekbe úgy, hogy a négyzetekben levő számok egy kivétellel páratlanok, a körökben levő számok pedig egy kivétellel párosak legyenek! A függőleges vonalakon levő számok összege mindkét vonalnál 15, a nagy körön levő 4 szám összege szintén 15 legyen! Keresd meg az összes lehetőséget! Két lehetőség különböző, ha van olyan szám, amelyik az egyik lehetőségnél négyzetben van, a

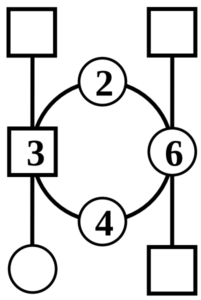
A 201108/03097. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

TIT - Kalmár László Matematikaverseny
TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: kapcsolat@kalmarverseny.hu; titkarsag@titnet.hu
Honlap: https://www.kalmarverseny.hu
Adószám: 19002457-2-42

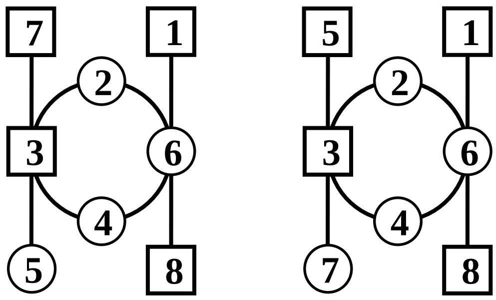
másiknál pedig körben. (Lehet, hogy több ábra van, mint lehetőség.)



Megoldás:
1-től 8-ig a számok összege 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36.
A két függőleges vonalon a számok összege 15 + 15 = 30, így a két középső körben levő számok összege: 36 – 30 = 6. Ez kétféleképpen lehet: 1+5 vagy 2+4. Mivel a körökben levő számok egy kivétellel párosak, nem lehet kettő páratlan, ezekben a körökben a 2 és a 4 van.
A nagy körön levő másik két szám összege 15 – 6 = 9, ami 1+8=3+6 alakban lehet.
1 nem lehet a függőleges vonal közepén, mert ahhoz még 14-et kellene a vonalon a másik két helyre írni, amit nem lehet, mert a 8 ekkor a másik vonal közepére került, ezért foglalt.
Így csak 3 és 6 lehet a vonalak közepén.



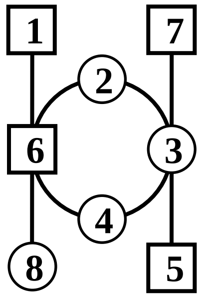
Ha a 3 a baloldali négyzetben van, akkor a baloldali vonalon a 12 csak 5+7 alakban lehet (8+4 nem lehet, mert a 4 már foglalt.) Ezeket kétféleképpen lehet elhelyezni, mindenképpen a körben levő szám lesz az egyetlen körben levő páratlan. A másik függőleges vonalon a 6 mellé 9 kell, ami csak 1+8 alakban lehet, mindkét szám négyzetbe kerül, és megvan az egyetlen négyzetbe kerülő páratlan szám.



A 201108/03097. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.
Nemzeti Kulturális Alap
EMBERI ERŐFORRÁS TÁMOGATÁSKEZELŐ

TIT - Kalmár László Matematikaverseny
TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: kapcsolat@kalmarverseny.hu; titkarsag@titnet.hu
Honlap: https://www.kalmarverseny.hu
Adószám: 19002457-2-42

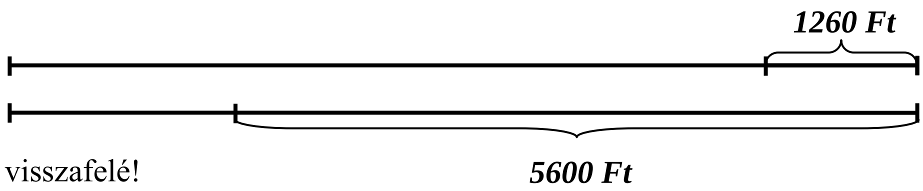
Ha a baloldali négyzetben a 6 van, akkor ez az egyetlen négyzetben levő páros szám. A jobboldali körben 3 áll, és ez az egyetlen körben levő páratlan szám, ezért a baloldali vonalon a 6 mellett az 1+8 csak úgy lehet, hogy a 8 van a körben, az 1 pedig a négyzetben, a 3 mellett a vonalon a 7 és az 5 bármelyik négyzetben lehet. Ekkor viszont ugyanazok a számok vannak a négyzetekben, így a 7 és az 5 felcserélése nem jelent új lehetőséget. Tehát 3 lehetőség van, amelyekre teljesül, hogy a négyzetekben levő számok egy kivétellel páratlanok, a körökben levő számok pedig egy kivétellel párosak.



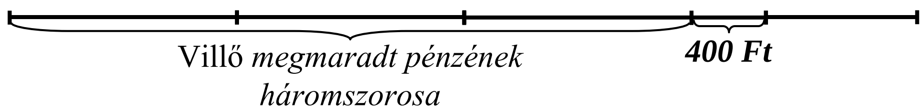
5. Villőnek és Gusztinak ugyanannyi zsebpénze volt május elején. Ebben a hónapban Guszti 1280 Ft-ot, Villő pedig 5600 Ft-ot költött, így Gusztinak 400 Ft-tal több pénze maradt Villő maradék pénzének háromszorosánál. Hány forintja maradt Villőnek, és hány forintja maradt Gusztinak? Megoldásodat indokold!

Megoldás:

Guszti pénze:
Villő pénze:



Gondolkozzunk visszafelé!



Jelöljük egy szakasszal Villő megmaradt pénzét!
Ekkor Guszti megmaradt pénze három ugyanilyen szakasz meg még 400 Ft-nak megfelelő szakasz.
Villő pénzét 5600 Ft-nak megfelelő szakasz egészíti ki az eredeti zsebpénzére, Guszti pénzét pedig 1280 Ft-nak megfelelő szakasz egészíti ki ugyanarra, hiszen a zsebpénzük május elején ugyanannyi volt.
Így látható, hogy két szakasznak, azaz Villő megmaradt pénze kétszeresének
5600 – (1280 + 400) = 3920 Ft felel meg, azaz egy szakasznak 3920 : 2 = 1960 Ft felel meg.
Tehát Villőnek 1960 Ft-ja maradt, Gusztinak 3 · 1960 + 400 = 6280 Ft-ja.
Ellenőrzés:
1960 + 5600 = 7560 Ft és 6280 + 1280 = 7560 Ft-juk volt május elején.

Teljes megoldás indoklással együtt 7 pont.

A 201108/03097. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.
Nemzeti Kulturális Alap
EMBERI ERŐFORRÁS TÁMOGATÁSKEZELŐ