



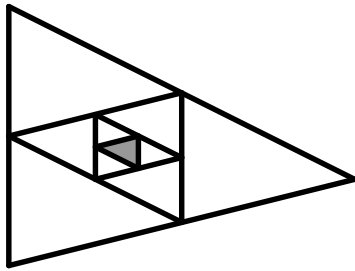
## 52. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – 1. nap – 2023. május 26.

### HETEDIK OSZTÁLY

Minden feladat megoldását egy-egy külön lapra készítsd el!

1. Egy háromszögnek összekötöttük az oldalfelező pontjait, ezáltal négy egyforma területű háromszögre bontottuk. A középső háromszöggel ugyanezt az eljárást megismételtük még kétszer. A legbelső háromszöget szürkére színezve az alábbi ábrát kaptuk.



Ezután minden olyan háromszöget, melynek a belsejében nincs további szakasz berajzolva, sárgára vagy szürkére színeztünk úgy, hogy ha két háromszög több, mint egy pontban találkozik, akkor különböző színűek legyenek.

Hányszor akkora a sárga háromszögek területeinek összege, mint a szürkéké?

2. Egy csapat működési szabályzata rögzíti, hogy rendkívüli esemény esetén a csapat vezetője kiket hív fel a hírral, s azok, akik megkapták a hírt, kit kell, hogy felhívjanak az információ továbbadása végett. Ezt nevezzük riadóláncnak. A riadólánc jól működik, tehát minden csapattagot csak egyszer hívnak fel (a vezetőn kívül, akit nem hív fel senki), és a hír mindenkihez eljut. Érdekes módon a riadólánc felépítése olyan, hogy a vezetőn kívül mindenki annyi embert hív fel, ahányat az őt értesítő útutána még felhív. Hány embert kell a vezetőnek felhívnia, ha tudjuk, hogy a csapatban 100-nál többen, de 200-nál kevesebben vannak?
3. Egy ötjegyű számot *csattanós*nak hívunk, ha a százások és a tízesek helyén azonos számjegy áll, és ennél nagyobb számjegy áll az egyesek helyén. Hány 9-cel osztható csattanós szám van?
4. Egy végtelen számsorozat első tagja 2, második tagja 1. Ezután a sorozat minden tagja az előző két tag összegének reciproka. Azaz a harmadik tag  $2 + 1 = 3$  reciproka, vagyis  $\frac{1}{3}$ ; a negyedik tag  $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$  reciproka, vagyis  $\frac{3}{4}$ . Szerepel-e a sorozatban 2-nél nagyobb szám?
5. Anna és Béla kezében is öt-öt számjegykártya van, Annánál az  $\boxed{1}$ ,  $\boxed{3}$ ,  $\boxed{5}$ ,  $\boxed{7}$ ,  $\boxed{9}$ , Bélánál pedig a  $\boxed{0}$ ,  $\boxed{2}$ ,  $\boxed{4}$ ,  $\boxed{6}$ ,  $\boxed{8}$ . Felváltva balról jobbra rakják le a számjegykártyákat, így egy tízjegyű számot képezve. Anna kezd. Mi a legnagyobb kettőhatvány, amelyről Béla garantálni tudja (Anna bármilyen stratégiája esetén), hogy osztani fogja a kapott tízjegyű számot?

A feladatokat összeállította: Hujter Bálint, Károlyi Gergely, Nagy Kartal, Pintér Richárd.

Lektorálta: Erben Péter, Steller Gábor.

A 201108/03097. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.