



54. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos forduló 1.nap – 2025. május 30.

3. OSZTÁLY

1. Hét gyerek: LÓRÁNT, NÓRA, SIMON, TIBOR, RÉKA, TAMÁS és ADÉL elhatározta, hogy úgy állnak sorban egymás után, hogy az első gyerek nevének utolsó betűje ugyanaz legyen, mint a második gyerek nevének első betűje. Majd így következzenek sorban a többiek, minden gyerek nevének első betűje az előtte levő nevének utolsó betűje legyen. Írd le a gyerekek összes lehetséges ilyen sorrendjét!

Megoldás:

Mivel a nevek közül kettő is A betűre végződik, és csak egy kezdődik A betűvel, az egyik A-ra végződőnek kell az utolsónak lenni. Attól kezdve előre már egyértelmű a sorrend:

Ha Nóra az utolsó, akkor előtte Simon, előtte Tamás, előtte Lóránt, előtte Adél, előtte Réka és legelől Tibor áll.

Ha Réka az utolsó, akkor a sorrend visszafele: Tibor, Lóránt, Adél, Nóra, Simon, Tamás.

Tehát a két lehetséges sorrend:

Tibor, Réka, Adél, Lóránt, Tamás, Simon, Nóra;

Tamás, Simon, Nóra, Adél, Lóránt, Tibor, Réka.

Másképp: A nevek közül kettő kezdődik T betűvel, a Tibor és a Tamás, de csak egy végződik T betűre, ezért T betűvel kezdődő nevű gyerek áll elől. A két név bármelyikével kezdve egyértelműen felírható a sor.

2. Illés leírt egy kétjegyű számot. Gellért észrevette, hogy ha egy 4-es számjegyet ír Illés száma elé, akkor 135-tel kisebb számot kap, mint akkor, ha ezt a 4-es számjegyet Illés száma után írja. Melyik kétjegyű számot írta le Illés?

Megoldás:

A 4ab háromjegyű számnál 135-tel nagyobb az ab4 háromjegyű szám.

Írásbeli összeadásként felírva:

$$\begin{array}{r} 4 \quad a \quad b \\ + \quad 1 \quad 3 \quad 5 \\ \hline a \quad b \quad 4 \end{array}$$

Az egyes helyi értéken látható, hogy $b=9$, ekkor tovább viszünk 1-et a tízes helyi értékre, ezért $a=5$.

Ellenőrzés: $459 + 135 = 594$.

Tehát a kétjegyű szám az 59.

Másképp: Ha a kétjegyű szám elé írjuk a 4-es számjegyet, akkor a számot 400-zal növeljük. Ha a kétjegyű szám után írunk egy 4-est, akkor a kétjegyű szám tízszeresénél 4-gyel nagyobb számot kapunk. Így a kétjegyű számnál $400+135 = 535$ -tel nagyobb szám a kétjegyű szám tízszeresénél 4-gyel nagyobb. Tehát a kétjegyű szám 9-szerese $535 - 4 = 531$, a kétjegyű szám pedig $531 : 9 = 59$.



3. Három sorban számok vannak a táblázat szerint. Egy lépésben bármelyik két számot fel lehet cserélni. Hogyan lehet a legkevesebb lépéssel elérni, hogy mind a három sorban a számok összege 3 többszöröse legyen? Írd le, mely számokat cserélted, és mi lett a végső táblázat!

5	4	17
11	1	8
14	2	7

Itt próbálkozhatsz:

Ide írd a végleges megoldást:

Megoldás:

A sorok összege 26, 20, 23, egyik sem többszöröse a 3-nak, ezért minden sorban kell változtatni számot, ami azt jelenti, hogy legalább **2 cserére van szükség**.

Két csere elég is, sokféleképpen megvalósítható.

Például az első sorban a 4-est kicseréljük a második sorban levő 8-assal, akkor az első sor összege $5+8+17=30$ többszöröse a 3-nak. A második sor most $11+1+4=16$. Ha a második sorban levő 11-est kicseréljük a harmadikban levő 7-esre, akkor a második sor: $7+1+4=12$, a harmadik sor pedig $14+2+11=27$, mindkettő többszöröse a 3-nak.

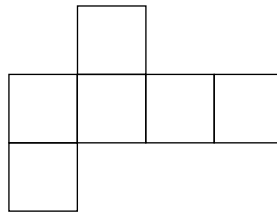
5	8	17
7	1	4
14	2	11

A megoldás könnyebb, ha a számok helyett azt nézzük, hogy mennyi a 3-mal való osztási maradékuk:

2	1	2
2	1	2
2	2	1

Egy sor összege akkor lesz 3 többszöröse, ha a sorban ugyanazok a maradékok. Látható, hogy **két cserével** elérhető, hogy két sorban 2-es, egy sorban pedig 1-es legyen.

4. Zsófi egy kocka lapjait színesre festette, egy lapot kékre, egyet zöldre, egyet sárgára, egyet lilára és egyet fehérre. Figyelt arra, hogy melyik szín melyikkel legyen szomszédos (két szín szomszédos, ha a lapoknak van közös éle). A piros színű lap szomszédos a sárgával, a kék a lilával, a sárga a lilával, a kék a sárgával, a zöld a lilával és a sárga a zölddel.
- a) Írd le, hogy az így összerakott kockán melyik színnel melyik szín van szemben!
- b) Írd be a kockahálóba a színek egy lehetséges elrendezését!



Megoldás:

A szomszédos lapok:

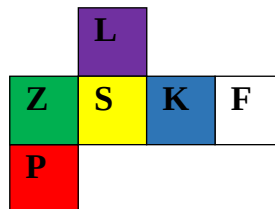
P-S; K-L; S-L; K-S; Z-L; S-Z.

A sárga négyszer fordul elő, a sárgával szomszédos lapok a piros, a lila, a kék és a zöld, tehát a sárgával szemben a fehér lap van.

A lila a zölddel és a kéikkel is szomszédos a sárga szomszédjai közül, ezért a lilával szemben a piros lap van, a zölddel szemben pedig a kék.

Tehát a szemközti lapok: **sárga – fehér, lila – piros és zöld – kék.**

A kockaháló:





5. A zsákbamacska játékban fehér, zsemleszínű és vörös plüss macskák vannak a zsákban. Legkevesebb 8 macskát kell kihúzni a zsákból, hogy a kihúzottak között biztosan legyen vörös macska. Legkevesebb 7 macskát kell kihúzni a zsákból, hogy a kihúzottak között biztosan legyen zsemleszínű macska. Legkevesebb 12 macskát kell kihúzni a zsákból, hogy a kihúzottak között biztosan legyen fehér macska. Hány fehér, hány zsemleszínű és hány vörös macska van a zsákban? Írd le a megoldás menetét is!

Megoldás:

Ha legkevesebb 8 macskát kell kihúzni, hogy biztosan legyen vörös macska, akkor 7 macska nem vörös, azaz fehér vagy zsemleszínű.

Ugyanígy 6 macska nem zsemleszínű, azaz fehér vagy vörös, és 11 macska nem fehér, azaz vörös vagy zsemleszínű.

Az összes macska számának kétszerese így $7+6+11=24$, tehát összesen $24 : 2 = 12$ macska van a zsákban. Ha 7 nem vörös, akkor $12 - 7 = 5$ **vörös macska** van.

$12 - 6 = 6$ **zsemleszínű macska** van és $12 - 11 = 1$ **fehér macska** van.

Ellenőrzés: A vörös macskán kívül $6+1=7$ macska van, a zsemleszínű macskán kívül $5+1=6$ macska van, a fehér macskán kívül $5+6=11$ macska van.