



54. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos forduló 2. nap – 2025. május 31.

3. OSZTÁLY

1. A nyulak mezei futóversenyén Tapsi megállapította, hogy ugyanannyian végeztek előtte, mint mögötte. Füles hetedik lett, és később ért célba, mint Tapsi. Ugri kicsit szomorú volt, mert a 11. lett. Hányan indultak a versenyen? Válaszodat indokold!

Megoldás:

Ha Ugri 11. lett, akkor **legalább 11-en** indultak a versenyen.

Tapsi után végzett versenyző 7. helyezett, ezért Tapsi legfeljebb 6. helyezett lehet.

Mivel Tapsi előtt ugyanannyian végeztek, mint utána, ezért összesen **legfeljebb 11** versenyző indult.

Tehát éppen **11-en indultak** a versenyen.

2. A következő összeadásban különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek, és azonos betűk azonos számjegyeket jelölnek. Az egymás mellé írt betűk egy többjegyű számot jelentenek, például a KAL betűsor egy háromjegyű számot jelöl, amelyik a K, A és L számjegyekből áll ebben a sorrendben. Tudjuk, hogy $A = 3$, és azt is, hogy a KAL számban a számjegyek balról jobbra csökkennek. Melyik betű melyik számjegyet jelöli? Írd fel a lehetséges összeadásokat!

$$\begin{array}{r} K A L \\ A L \\ + \quad L \\ \hline M A R \end{array}$$

Megoldás:

A tízes helyi értéken $2A$ van, ami páros, az összegben pedig 3, ami csak úgy lehet, ha az egyes helyi értékről 1 tízest vittünk tovább. Így **$A=6$** .

A KAL számban a számjegyek balról jobbra csökkennek, ezért $K > 6$ és $L < 6$.

L nem lehet 5, mert akkor R is 5 kellene legyen, de nem lehetnek egyformák. $L < 4$ nem lehet, mert $3L$ legalább 10 kell legyen, ezért **$L=4$ és $R=2$** .

Mivel $K > 6$, ezért **$K=7$ lehet, ekkor $M=8$, és $K=8$ esetén $M=9$** .

A lehetséges összeadások:

$$\begin{array}{r} 7 \ 6 \ 4 \\ 6 \ 4 \\ + \quad 4 \\ \hline 8 \ 3 \ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \ 6 \ 4 \\ 6 \ 4 \\ + \quad 4 \\ \hline 9 \ 3 \ 2 \end{array}$$





3. Zsófi vett egy kék és egy zöld tolltartót, és egy piros és egy sárga tollat. A piros tollért és a kék tolltartóért együtt háromszor annyit fizetett, mint a zöld tolltartóért és a sárga tollért együtt. A zöld tolltartóért és a piros tollért együtt pedig feleannyit fizetett, mint a kék tolltartóért és a sárga tollért együtt. Mennyibe kerültek a tolltartók, ha a piros toll 450 Ft, a sárga toll pedig 300 Ft volt? Írd le a megoldás menetét is!

Megoldás:

A megoldás egyszerűbb, ha csak a színeket figyeljük, hiszen minden tárgy különböző színű.

Rakjuk ki mérlegen az összefüggéseket:

Egyik mérleg:

$$1 \text{ piros} + 1 \text{ kék} = 3 \text{ sárga} + 3 \text{ zöld}$$

A piros és sárga tollak árát írjuk a tollak helyébe:

$$450 + 1 \text{ kék} = 3 \cdot 300 + 3 \text{ zöld, amiből } 1 \text{ kék} = 450 + 3 \text{ zöld}$$

Másik mérleg:

$$2 \text{ piros} + 2 \text{ zöld} = 1 \text{ sárga} + 1 \text{ kék}$$

A piros és sárga tollak árával:

$$900 + 2 \text{ zöld} = 300 + 1 \text{ kék, amiből } 1 \text{ kék} = 600 + 2 \text{ zöld}$$

Így $450 + 3 \text{ zöld} = 600 + 2 \text{ zöld}$, amiből **1 zöld tolltartó = 150 Ft** és **1 kék tolltartó = 900 Ft**.

Ellenőrzés:

piros toll + kék tolltartó = $450 + 900 = 1350$ Ft, zöld tolltartó + sárga toll = $150 + 300 = 450$, és $3 \cdot 450 = 1350$.

zöld tolltartó + piros toll = $150 + 450 = 600$, és kék tolltartó + sárga toll = $900 + 300 = 1200$, aminek tényleg fele a 600.

4. Dorka egy 4x4-es négyzet minden kis négyzetébe írt egy számot az 1; 2; 3 és 4 számok közül úgy, hogy minden szám négy kis négyzetben szerepel. Azok a kis négyzetek, amelyekben ugyanaz a szám van tetrominót alkotnak. A tetrominó olyan alakzat, amely négy kis négyzetből áll, és a szomszédos kis négyzetek teljes oldalukkal illeszkednek egymáshoz. (Az ábrán egy ilyen kitöltés látható.)

1	1	1	1
2	3	3	3
2	4	4	3
2	2	4	4

Zsófi szeretné kitalálni, hogyan írta be a számokat a nagy négyzetbe Dorka, ezért Dorka elárulja, hogy néhány sorban és oszlopban mely számok vannak, azonban a számokat nagyság szerint növekvő sorban mondja, ami nem feltétlenül egyezik meg az elhelyezkedésük sorrendjével:



1. sor: 2; 2; 3; 3.

3. sor: 1; 3; 4; 4.

2. oszlop: 1; 2; 2; 4.

3. oszlop: 1; 1; 2; 3.

Írd be a négyzetbe a számokat úgy, ahogy a Dorka által kitöltött négyzetben szerepelnek!

Itt próbálkozhatsz:

Ide írd a végleges megoldást:

Megoldás:

Az 1. sorban két 2-es és két 3-as van, nem tudjuk, milyen sorrendben, de az azonos számoknak egymás mellé kell kerülni.

A 2. oszlopban van két 2-es, az egyik az 1. sorban kell legyen.

Mivel

csak négy darab 2-es van, a 2. oszlop második 2-ese a 2. sorban kell legyen. Ezért az 1. sor 3-asai a 3. és 4. oszlopban kell legyenek,

és az 1. sor első száma 2-es.

A 3. oszlop 2-ese a 2. sorban kell legyen, ez a negyedik 2-es, és csak így tud kapcsolódni a többi 2-eshez.

A 3-asok a 4. oszlopban folytatódhatnak, megvan a négy 3-as is.

A 3. oszlop két alsó száma így 1-es, így a 4. oszlop legalsó száma is csak 1-es lehet.

A 3. sor első két száma 4-es, ezért az 1-esek csak a 4. sorban folytatódhatnak.

2	2	3	3
4	2	2	3
4	4	1	3
4	1	1	1

5. Az erdei focibajnokságon öt csapat körmérkőzést játszott, azaz mindegyik csapat játszott mindegyikkel egyszer. A győztes csapat 3 pontot, a vesztes 0 pontot kapott, döntetlen esetén mindkét csapat 1 pontot kapott. A bajnokság végén a Borzok csapatának 1 pontja lett, a Hódoknak 3 pontja, a Sünöknek 4. A Nyulak 10 ponttal nyerték a bajnokságot, a Rókáknak 9 pontja lett.

a) Melyik csapat melyikkel játszott döntetlent?

b) Melyik csapat verte meg a Sünöket, és melyik csapatot verték meg a Sünök?



Megoldás:

- a) Öt csapat körmérkőzést játszik, akkor mindegyik csapat 4 meccset játszik, összesen 10 meccs van.

A **Borzoknak 1 pontja** lett: **1 döntetlent** játszottak és **3 vereséget** szenvedtek.

A **Rókáknak 9 pontjuk** lett: nem játszhattak 3 döntetlent és 2 győzelmet, mert akkor 5 meccsük lett volna, ezért **1 vereség** mellett **3-szor győztek**.

A **Sünöknek 4 pontja** lett: nem lehetett 4 döntetlen, mert akkor mindenkivel döntetlent kellett volna játszani, és a Rókáknak nincs döntetlenje. Ezért a Sünöknek **1 győzelme, 1 döntetlenje és 2 veresége** van.

A **Nyulaknak 10 pontja** 4 meccsből csak **3 győzelemmel és 1 döntetlennel** lehetett. Eddig 3 csapatnak van egy-egy döntetlenje, a Borzoknak, a Sünöknek és Nyulaknak, ezt egymással nem játszhatták le, így a Hódoknak is kell legyen döntetlenje.

Hódok: 3 pont: 3 döntetlen.

Tehát a **Hódok döntetlent játszottak a Borzokkal, a Sünökkel és a Nyulakkal.**

Tehát a döntetlen meccsek:

Borzok – Hódok

Nyulak – Hódok

Sünök - Hódok

- b) A Sünök megverték a Borzokat, és vereséget szenvedtek a Nyulaktól és a Rókáktól.

