

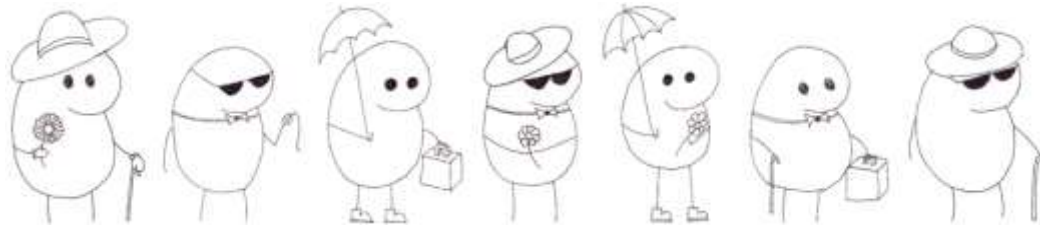
55. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő 1. nap – 2026. március 20.

4. OSZTÁLY

1. A nagy téglalap alakú képet tizenkét 1-12-ig számozott kis négyzetre osztottuk. Néhány kis négyzet közös csúcsaiba egy-egy tárgyat rajzoltunk a napszemüveg, csokornyakkendő, táska, kalap, virág és esernyő közül. A fufókok a kis négyzetekbe akarják rakni a fényképüket. Egy négyzetbe csak olyan fénykép kerülhet, amelyen szerepel a négyzet csúcsaiba rajzolt minden tárgy, de nem szerepel a többi tárgy a napszemüveg, csokornyakkendő, táska, kalap, virág és esernyő közül. Például, ha egy négyzet egyik csúcsában kalap, egy másikban esernyő van és a másik két csúcsban nincsen semmi, akkor ide annak a fufóknak a képe kerül, akinek van kalapja és esernyője, de nincsen virágja és napszemüvege, csokornyakkendője és táskája. Írd mindegyik fufók rajza alá, hogy hányas számú kis négyzetbe rakja a fényképét!

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12



Megoldás:

..10..

..2..

..8..

..6..

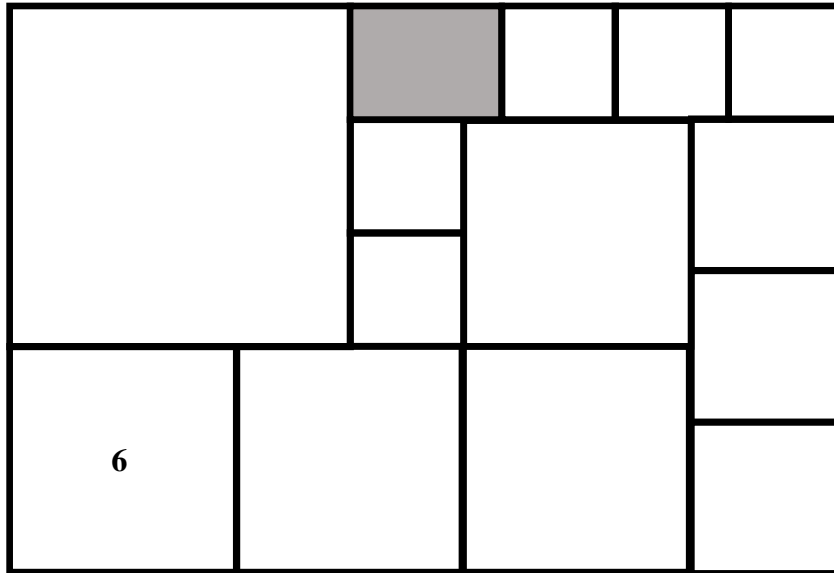
..11..

..3..

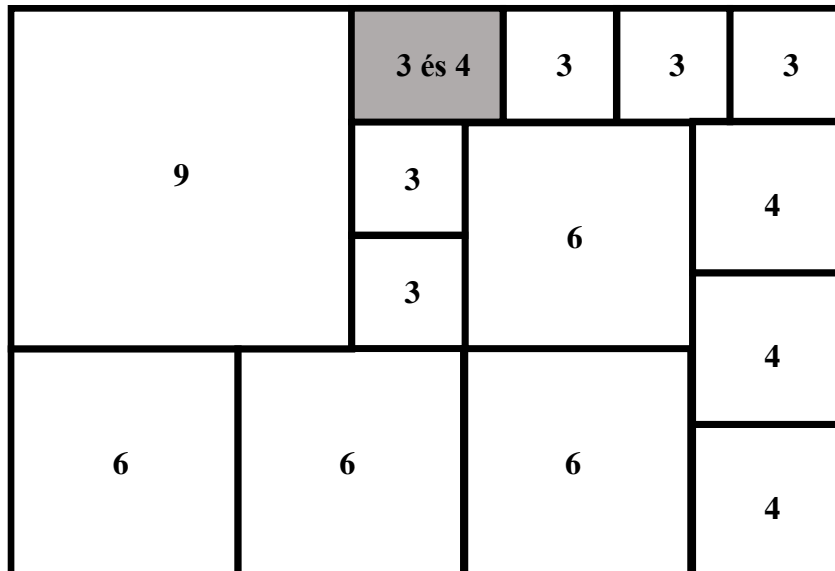
..5..

A helyes megoldás 7 pont.

2. Zoli egy nagy téglalapot rakott össze fehér négyzetekből és egy szürke téglalabból. Ha a bal alsó négyzet oldala 6 cm, akkor hány centiméteresek a szürke téglalap oldalai? Írd le a megoldás indoklását is!



Megoldás:



Csak azokat a négyzeteket tekinthetjük egyforma méretűnek, melyeknek van közös oldala, vagy valamilyen művelettel megkaptuk, hogy egyenlők.

A jobboldalon két 6 cm oldalú négyzet mellett három egyforma négyzet van, egy ilyen négyzet oldala: $2 \cdot 6 : 3 = 4$ cm.

A felső 6 cm oldalú négyzet baloldalán két egyforma négyzet van, ennek oldala így $6:2=3$ cm.

A nagy téglalap baloldalán levő nagy négyzet oldala $2 \cdot 6 - 3 = 9$ cm, így a nagy téglalap rövidebb oldala $6 + 9 = 15$ cm.

Ezután a fölül levő kis négyzetek oldalát is ki tudjuk számolni a nagy téglalap rövidebb oldalából a jobboldalon: $15 - 3 \cdot 4 = 3$ cm. Ez egyenlő a szürke téglalap rövidebb oldalával.

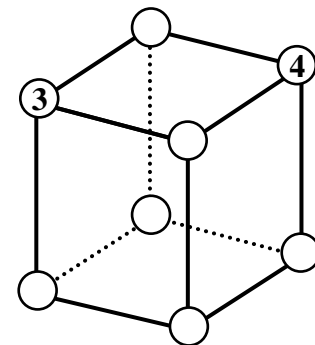
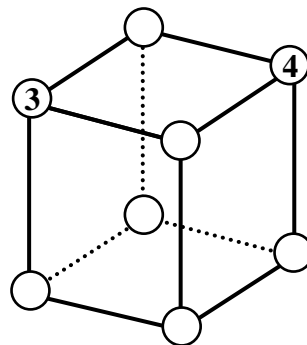
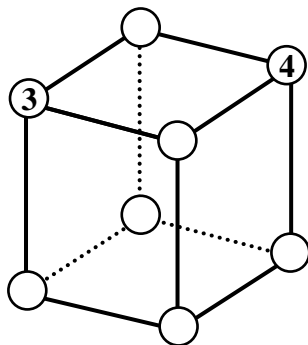
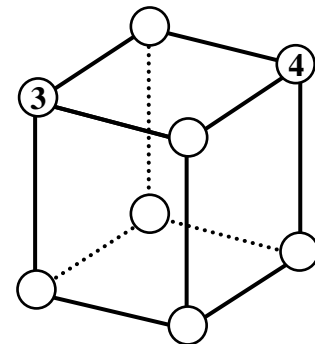
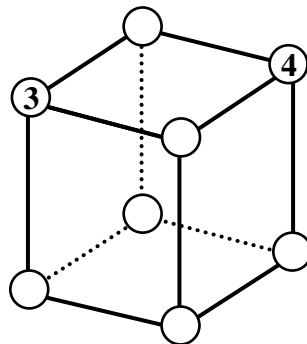
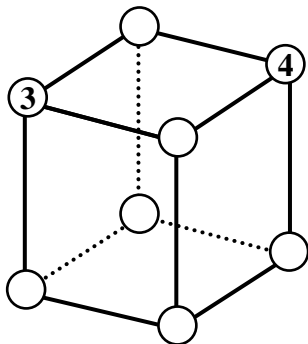
A nagy téglalap hosszabb oldala alul: $3 \cdot 6 + 4 = 22$ cm.

így a szürke téglalap hosszabb oldala: $22 - 9 - 3 \cdot 3 = 4$ cm.

Tehát a **szürke téglalap oldalai 3 cm és 4 cm.**

A helyes megoldás a megoldás menetének leírásával 7 pont.

3. A kocka csúcaiba beírtuk 1-től 8-ig a természetes számokat úgy, hogy minden csúcsba egy szám került, és a kocka minden lapjára igaz, hogy a lap négy csúcsában levő számok összege 18. Ezután Gellért a 3 és a 4 kivételével letörölte a számokat. Melyik szám hol lehetett? Írd be a kocka csúcaiba a hiányzó számokat! Keresd meg az összes lehetőséget!



Megoldás:

A kocka felső lapján 3 és 4 van, ezekhez 11 kell, hogy 18 legyen az összeg, így ezen a lapon az 1; 2; 5; 6; 7; 8 közül csak az 5 és a 6 lehet.

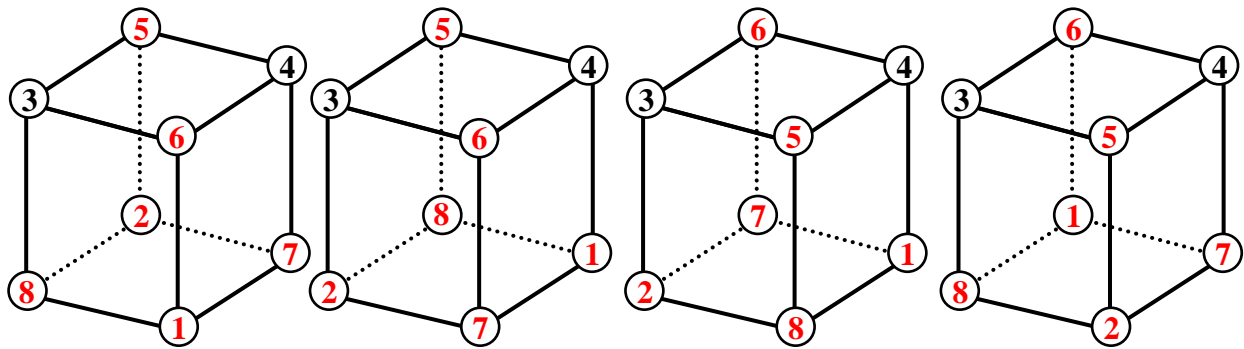
Nézzük a kocka rajzán felül levő csúcsot.

Ha ebben a felső csúcsban van az 5, akkor az oldalsó lapon csak úgy lesz 18, ha az alsó két csúcsban még 10 van, ami csak 2+8 lehet.

Két lehetőség van: egyik, amikor a 3 alatti szám a 8 és az 5 alatti szám a 2. Ezután a 6 alatt csak az 1, a 4 alatt csak a 7 lehet.

Másik, amikor a 3 alatti szám a 2 és az 5 alatti a 8, akkor a 6 alatt a 7 és a 4 alatt az 1 van.

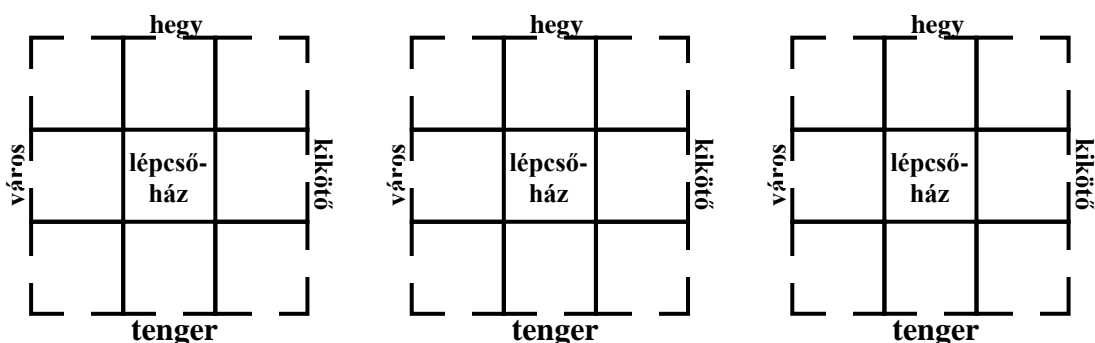
Ha ebben a felső csúcsban van a 6, akkor az előző kockák tükörképét kapjuk.



A helyes megoldás 7 pont

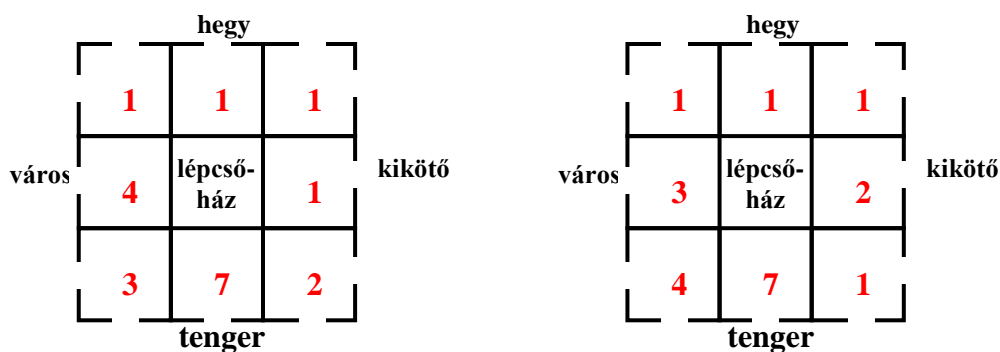
4. Egy szálloda 20. emeletén 8 szobában 20 ember lakik, egyik szoba sem üres. Az épület mind a négy oldalán 3 szoba van ablakkal. Az épület egyik oldalán levő ablakokból a hegy felé lehet látni, a szemközti oldalon levő ablakokból a tengert lehet látni. Az épület baloldalán levő ablakokból a várost lehet látni, a velük szemben levő oldalon az ablakokból az öbölben levő kikötőt lehet látni. Az épület sarkán levő szobáknak két irányban is vannak ablakai. Tudjuk, hogy a szobájuk ablakából háromszor annyian láthatják a tengert, mint ahányan a kikötőt, és kétszer annyian láthatják a várost, mint ahányan a kikötőt. A szobájuk ablakából négyszer annyian láthatják a tengert, mint ahányan a hegyet.

- a) Hányan láthatják a szobájuk ablakából a hegyet, a kikötőt, a tengert és a várost? Megoldásodat indokold!
- b) Hányan laknak abban a szobában, amelynek ablakából csak a tengert lehet látni? Megoldásodat indokold!
- c) Írd be a szobákba, hányan lakhatnak ott! Add meg az összes lehetőséget!



Megoldás:

- a) A 20 ember közül négyszer annyi néz a tenger felé, mint a hegy felé, és ezek között nincs olyan, aki mindkét irányba nézhet, ezért a hegy felé legfeljebb 4-en nézhetnek. 4 sem lehet, mert akkor $4 + 4 \cdot 4 = 20$, így a város és a kikötő felé néző szobák közül a középsőkbe nem jutna ember. 3-nál kevesebben sem lehetnek, mert minden szobában lakik valaki. Tehát a **hegy felé 3-an néznek**, minden szobában 1 ember lakik, a **tenger felé pedig 12-en néznek**. (A közepen kimaradó két szobában összesen 5-en laknak) A tenger felé háromszor annyian néznek, mint a kikötő felé, ezért a **kikötő felé 12 : 3 = 4-en** néznek. A város felé kétszer annyian néznek, mint a kikötő felé, ezért a **város felé 8-an** néznek.
- b) Akik nem nézhetnek se a város felé, se a kikötő felé $20 - (8 + 4) = 8$ -an vannak, ezek közül 1 olyan, aki a hegy felé néző szobában lakik, így **7 ember lakik abban a szobában, amelyből csak a tengerre lehet látni**.
- c) Mivel a kikötő felé 4-en néznek, a középső szobában 1 vagy 2 ember lakhat. Mindkét esetben egyértelmű a többi szoba lakóinak száma.



A helyes megoldás 7 pont.

5. A 3x3-as táblázat négyzeteibe egy-egy számjegyet írtunk. Mindhárom sorból balról jobbra kiolvasunk egy-egy háromjegyű számot, majd mindhárom oszlopból fentről lefele is kiolvasunk egy-egy háromjegyű számot. Ezt a hat háromjegyű számot összeadjuk és 2026-ot kapunk. Az ilyen tulajdonságú 3x3-as táblázatot *2026-os számtáblázatnak* nevezzük.

1	3	7
1	8	0
4	9	8

- a) Készíts még három *2026-os számtáblázatot*, amelyben van 7-es számjegy! Két számtáblázat különböző, ha van olyan négyzet, amelyben a két számtáblázatban nem ugyanaz a számjegy áll.

- b) Készíts egy olyan *2026-os számtáblázatot*, amelynek a bal alsó sarkában 2-es áll!

2		

Megoldás:

Színezzük azonos színűre azokat a négyzeteket, amelyek az átlóra nézve egymás tükörképei. Az azonos színű négyzetek az összeadásban ugyanazonokon a helyi értékeken szerepelnek. Tehát az azonos színű négyzetekben levő számok felcserélhetők. Így újabb táblázatokat kaphatunk.

Az azonos színű négyzetekre igaz, hogy ha az egyikben levő számot növeljük valamennyivel, akkor a tükörképében levő számot ugyanannyival csökkentve az összeg nem változik. Így a 4-et 2-vel csökkentve és a 7-et 2-vel növelve megkapjuk a megfelelő táblázatot.

a)

1	1	7
3	8	0
1	9	8

1	1	4
3	8	0
7	9	8

1	1	7
3	8	9
4	0	8

b)

1	3	9
1	8	0
2	9	8

A helyes megoldás 7 pont.